

О. С. М е д в е д е в (Казань, КФУ). **Оптимальные критерии проверки многомерных гипотез в d -апостериорном подходе.**

В эксперименте наблюдается последовательность двумерных случайных векторов $(X_i, Y_i), i = 1, 2, \dots, n$, имеющих нормальное распределение с независимыми компонентами и известными дисперсиями. Вектор средних значений (θ_1, θ_2) является реализацией нормального случайного вектора $(\vartheta_1, \vartheta_2)$ с известными параметрами. Требуется проверить гипотезу $H_0 : (\theta_1, \theta_2) \in \Theta_0$ при альтернативе $H_0 : (\theta_1, \theta_2) \notin \Theta_0$, где область $\Theta_0 = \{(\theta_1, \theta_2) : (\theta_1 < \theta_{10}) \cap (\theta_2 < \theta_{20})\}$.

Требуется найти решающую функцию δ (принимающую решения d_0 — верна гипотеза H_0 и d_1 — верна альтернатива), удовлетворяющую заданному ограничению на величину d -риска первого рода: $\mathbf{P}\{(\vartheta_1, \vartheta_2) \notin \Theta_0 \mid \delta = d_0\} \leq \alpha$ и минимизирующую величину d -риска второго рода $\mathbf{P}\{(\vartheta_1, \vartheta_2) \in \Theta_0 \mid \delta = d_1\}$.

Как известно (см. [1]), оптимальный критерий для проверки такой гипотезы принимает решение d_0 , если апостериорная вероятность справедливости гипотезы $\mathbf{P}\{(\vartheta_1, \vartheta_2) \in \Theta_0 \mid T\} > c$, где T — достаточная статистика (вектор выборочных средних), константа c находится из условия равенства d -риска первого рода заданному ограничению α . Можно показать, что для рассматриваемого здесь случая апостериорное распределение также нормально. Параметры этого распределения имеют сложную зависимость от значений достаточной статистики. В связи с этим рассматривалась упрощенная решающая функция, отвергающая гипотезу H_0 , если отвергается соответствующая одномерная гипотеза хотя бы для одной из наблюдаемых компонент.

Теорема. *Если ϑ_1, ϑ_2 независимы, то критическая область наилучшего среди покомпонентных критериев асимптотически ($n \rightarrow \infty$) совпадает с критической областью оптимального критерия.*

Установлена степень близости области принятия гипотезы покомпонентного критерия к оптимальной. В случае зависимых параметров ϑ_1, ϑ_2 справедливость аналогичных результатов показана численными методами. Также показано, что d -риски второго рода упрощенной и оптимальной решающих функций отличаются незначительно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Володин И. Н., Новиков А. А., Симушкин С. В. Гарантийный статистический контроль качества: апостериорный подход. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 1994, т. 1, в. 2, с. 1–32.