

**О. С. М е д в е д е в** (Казань, КФУ). **Оптимальные критерии проверки многомерных гипотез в  $d$ -апостериорном подходе.**

В эксперименте наблюдается последовательность двумерных случайных векторов  $(X_i, Y_i), i = 1, 2, \dots, n$ , имеющих нормальное распределение с независимыми компонентами и известными дисперсиями. Вектор средних значений  $(\theta_1, \theta_2)$  является реализацией нормального случайного вектора  $(\vartheta_1, \vartheta_2)$  с известными параметрами. Требуется проверить гипотезу  $H_0 : (\theta_1, \theta_2) \in \Theta_0$  при альтернативе  $H_0 : (\theta_1, \theta_2) \notin \Theta_0$ , где область  $\Theta_0 = \{(\theta_1, \theta_2) : (\theta_1 < \theta_{10}) \cap (\theta_2 < \theta_{20})\}$ .

Требуется найти решающую функцию  $\delta$  (принимаящую решения  $d_0$  — верна гипотеза  $H_0$  и  $d_1$  — верна альтернатива), удовлетворяющую заданному ограничению на величину  $d$ -риска первого рода:  $\mathbf{P}\{(\vartheta_1, \vartheta_2) \notin \Theta_0 \mid \delta = d_0\} \leq \alpha$  и минимизирующую величину  $d$ -риска второго рода  $\mathbf{P}\{(\vartheta_1, \vartheta_2) \in \Theta_0 \mid \delta = d_1\}$ .

Как известно (см. [1]), оптимальный критерий для проверки такой гипотезы принимает решение  $d_0$ , если апостериорная вероятность справедливости гипотезы  $\mathbf{P}\{(\vartheta_1, \vartheta_2) \in \Theta_0 \mid T\} > c$ , где  $T$  — достаточная статистика (вектор выборочных средних), константа  $c$  находится из условия равенства  $d$ -риска первого рода заданному ограничению  $\alpha$ . Можно показать, что для рассматриваемого здесь случая апостериорное распределение также нормально. Параметры этого распределения имеют сложную зависимость от значений достаточной статистики. В связи с этим рассматривалась упрощенная решающая функция, отвергающая гипотезу  $H_0$ , если отвергается соответствующая одномерная гипотеза хотя бы для одной из наблюдаемых компонент.

**Теорема.** *Если  $\vartheta_1, \vartheta_2$  независимы, то критическая область наилучшего среди покомпонентных критериев асимптотически ( $n \rightarrow \infty$ ) совпадает с критической областью оптимального критерия.*

Установлена степень близости области принятия гипотезы покомпонентного критерия к оптимальной. В случае зависимых параметров  $\vartheta_1, \vartheta_2$  справедливость аналогичных результатов показана численными методами. Также показано, что  $d$ -риски второго рода упрощенной и оптимальной решающих функций отличаются незначительно.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Володин И. Н., Новиков А. А., Симушкин С. В. Гарантийный статистический контроль качества: апостериорный подход. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 1994, т. 1, в. 2, с. 1–32.