Д. С. Симушкин (Казань, КФ(П)У). **Сравнительный анализ по объему наблюдений двух последовательных d-гарантийных процедур.**

В эксперименте наблюдается последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$ с плотностью $f(x \mid \theta)$, $x \in \mathcal{X}$, зависящей от вещественного параметра $\theta \in \mathbf{R}$. Требуется выбрать одно из двух альтернативных утверждений $H_0 : \theta \leqslant \theta_0$ или $H_1 : \theta > \theta_0$ о значении параметра θ. Решение d_0 в пользу гипотезы H_0 или решение d_1 в пользу гипотезы H_1 принимаются по реализациям случайной выборки $\mathbf{x}^{(n)} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ (возможно) случайного объема $\nu = n$ при помощи решающей функции $\delta = \delta(\mathbf{x}^{(n)})$. Рассматривается класс последовательных процедур, удовлетворяющих заданным ограничениям β_0, β_1 на величины d-апостериорных рисков:

$$\mathbf{P}\{\theta > \theta_0 \mid \delta = d_0\} \leqslant \beta_0, \quad \mathbf{P}\{\theta \leqslant \theta_0 \mid \delta = d_1\} \leqslant \beta_1.$$

В докладе представлены результаты изучения характеристик двух вариантов последовательной процедуры, область продолжения наблюдения которой описывается неравенствами

$$\beta_1 < \mathbf{P}\{\vartheta \leqslant \theta_0 \mid \mathbf{x}^{(n)}\} \; < 1 - \beta_0.$$

При выходе за верхнюю границу принимается гипотеза H_0, при выходе за нижнюю границу — гипотеза H_1.

В первом варианте этой процедуры (так называемой универсальной d-гарантийной процедуре первого перескока, см. [1]) наблюдения продолжаются до тех пор, пока впервые не будут нарушены указанные неравенства. Как показывают результаты численного моделирования, эта процедура обладает бесконечным средним объемом наблюдений и поэтому не может претендовать на роль оптимальной процедуры, поскольку всегда существует d-гарантийная процедура, основанная на фиксированном числе наблюдений НОВ $n^* < \infty$.

Интересно, что процедура первого перескока совпадает с последовательным критерием отношения вероятностей (ПКОВ) с приближенными границам Вальда (см., например, [2], где также рассматриваются варианты ПКОВ для зависимых наблюдений), в которой плотность вектора наблюдений при гипотезе H_0 (H_1) равна $f(\mathbf{x}^{(n)} \mid \vartheta \leqslant_{(>)} \theta_0)$ — условной плотности при условии, что значение параметра удовлетворяют неравенству $\theta \leqslant \theta_0$ ($> \theta_0$).

Теорема 1. *Если «классические» вероятности ошибок 1-го и 2-го рода выбраны так, что соответствующие d-риски равны ограничениям β_0, β_1, то ПКОВ Вальда совпадает с процедурой первого перескока.*

В отличие от классического подхода, в d-апостериорном подходе процедура Вальда автоматически гарантийна.

Во втором варианте последовательной процедуры эксперимент принудительно останавливается, как только число наблюдений станет равным НОВ n^*. Очевидно, d-риски такой усеченной процедуры будут больше номинальных значений β_0, β_1. Однако, как показывают результаты статистического моделирования, это превышение несущественно — при $\beta_0 = \beta_1 = 0,05$ фактические значения d-рисков не превышают величины 0,06, а при $\beta_0 = \beta_1 = 0,10$ — величины 0,106. В то же время выигрыш в числе наблюдений весьма значителен — средний объем выборки уменьшается (по сравнению с n^*) в 5–10 раз и, кроме того, такая процедура очень часто останавливается на первых двух шагах эксперимента.

Характеристики последовательных процедур исследуются в рамках следующих вероятностных моделей:

1) нормальное $(\theta,\ \sigma^2)$ распределение ξ и нормальное $(\mu,\ \tau^2)$ распределение параметра ϑ;

2) показательное распределение ξ и гамма-распределение параметра интенсивности ϑ.

Теорема 2. *Процедура первого перескока для вероятностных моделей* 1), 2) *останавливается с вероятностью единица.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Володин И. Н.*, *Новиков А. А.*, *Симушкин С. В.* Гарантийный статистический контроль качества: апостериорный подход. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 1994, т. 1, в. 2, с. 1–32.
2. *Ghosh B. K.* Sequential Tests of Statistical Hypotheses. Reading, MA: Addison-Wesley, 1970.