

**М. Д. Миссаров, Р. Г. Степанов** (Казань, К(П)ФУ). **Законы больших чисел для оптимальных решений задач комбинаторной оптимизации в ультраметричном пространстве.**

Рассмотрим две известные задачи комбинаторной оптимизации: задачу коммивояжера и задачу о минимальном остовном дереве. Пусть  $X_1, X_2, \dots, X_n$  — независимые и одинаково распределенные (по мере Хаара) точки в единичном шаре в  $d$ -мерном  $p$ -адическом пространстве. Пусть  $L_n^{TSP}$  — длина оптимального маршрута через эти точки,  $L_n^{MST}$  — сумма длин ребер минимального остовного дерева для этих точек.

Первым результатом является получение явных выражений для математических ожиданий и дисперсий случайных величин  $L_n^{TSP}, L_n^{MST}$ . Вторым результатом — доказательство верхней оценки скорости роста дисперсий при росте  $n$ :  $\mathbf{D} L_n^{MST} = O(n^{1-2/d}), \mathbf{D} L_n^{TSP} = O(n^{1-2/d})$ .

Третьим результатом является то, что законы больших чисел для оптимальных решений задач комбинаторной оптимизации в  $p$ -адическом пространстве (в отличие от случая евклидова пространства [1]) справедливы лишь для некоторых последовательностей числа точек  $n$ .

**Теорема.** Пусть  $d > 1, p \geq 2$ . Тогда для любого такого  $x$ , что  $p^{dx}$  — натуральное число, имеет место сходимость почти наверное

$$\frac{L_{n_k}^{TSP}}{n_k^{1-1/d}} \rightarrow (p-1)U(x), \quad \frac{L_{n_k}^{MST}}{n_k^{1-1/d}} \rightarrow (p-1)U(x) \quad \text{при } k \rightarrow \infty,$$

где  $n_k = p^{dx} p^{dk}$ , а  $U(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} p^{(1-d)(k+x)} (1 - \exp\{-p^{d(k+x)}\})$  есть периодическая функция с периодом 1.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Steel M.* Probability theory and combinatorial optimization. — Philadelphia, PA: SIAM, 1997.