А. В. Келлер, Е. В. Захарова (Челябинск, ЮУрГУ). **О задаче оптимального измерения динамически искаженного сигнала с учетом инерции и резонансов.**

Пусть L и M — квадратные матрицы порядка n, $\det L = 0$, M — L-регулярна ($\exists\, \lambda \in \mathbf{C}$: $\det(\lambda L - M) = 0$).

Модель инерционного устройства (ИУ) представима как система леонтьевского типа (СЛТ)

$$L\dot{x} = Mx + Du, \quad y = Nx. \tag{1}$$

Здесь $x = x(t)$ — вектор-функция состояний ИУ, $u = u(t)$ и $y = y(t)$ — вектор-функции измеряемого и наблюдаемого сигналов соответственно.

Использовать методы оптимального управления при решении задач динамических измерений впервые предложено в [1]. В [2] исследуется задача оптимального управления с учетом только инерционности ИУ.

В докладе представлена задача оптимального управления с учетом инерционности ИУ и резонансов. Пусть $\aleph = \{x \in L_2(0,\tau;\mathbf{R}^n)\colon\ \dot{x} \in L_2(0,\tau;\mathbf{R}^n)\}$ — пространство состояний, $Y = N[\aleph]$ — пространство наблюдений и $U = \{u \in L_2(0,\tau;\mathbf{R}^n)\colon$ $u^{(p+1)} \in L_2(0,\tau;\mathbf{R}^n)\}$ — пространство измерений, $\tau \in \mathbf{R}_+$. В U выделим замкнутое ограниченное выпуклое подмножество U_∂. Необходимо найти пару $(v,y) \in U_\partial \times \aleph$ почти всюду на $(0,\tau)$, удовлетворяющую уравнениям (1) с условиями Шоуолтера–Сидорова

$$[R^L_\alpha(M)]^{(p+1)}(x(0) - x_0) = 0. \tag{2}$$

Здесь $[R^L_\alpha(M)] = (\alpha L - M)^{-1}L$ есть правая L-резольвента множества M.

Функционал качества $J(u)$ имеет вид

$$J(u) = \min_{u \in {}^\circ U_\partial} \left[\sum_{q=0}^{1}\int_0^\tau \left\| y^{(q)}(t) - y_0^{(q)} \right\|^2_{\mathfrak{N}} dt + \sum_{q=0}^{1}\int_0^\tau \langle F_q u^{(q)}(t), u^{(q)}(t)\rangle\, dt\right], \tag{3}$$

где $\tau \in \mathbf{R}_+$, $y_0(t)$ — наблюдение, полученное в ходе натурального эксперимента, т. е. снятое с ИУ, моделью которого служат системы (1), $\|\cdot\|$ — евклидова норма пространства $\mathbf{R}^n$, $u^{(q)}(t)$ — возможное измерение из U_∂ и его производные, F_q — самосопряженные положительноопределенные операторы, $q = 0, 1, \ldots, p+1$, $\langle\cdot,\cdot\rangle$ — евклидово скалярное произведение в $\mathbf{R}^n$.

Отметим, что первое слагаемое в функционале качества учитывает инерционность измерительного устройства, а второе слагаемое — его механические резонансы и играет роль резонансных фильтров. В предлагаемой модели не будут вызываться вторичные резонансы.

В качестве начального взято условие Шоуолтера–Сидорова, это позволяет при численных решениях преодолевать технические трудности, возникающие при решении задачи Коши. Так, при численном решении задачи Коши для систем леонтьевского типа проверка принадлежности начальных данных фазовому пространству позволяла оперировать матрицами порядка не более пяти.

В докладе приводится теорема о существовании и единственности решения задачи (1)–(3), дается вид численного решения, а также обсуждается алгоритм нахождения численного решения этой задачи.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шестаков А. Л.*, *Свиридюк Г. А.*, *Захарова Е. В.* Динамические измерения как задача оптимального управления. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2009, т. 16, в. 4, с. 732–733.
2. *Келлер А. В.*, *Назарова Е. И.* О численном решении задачи динамического измерения как задачи жесткого оптимального управления. — Всероссийский научный

семинар «Неклассические уравнения математической физики». Ч. 1. Якутск: филиал изд-ва СВФУ, 2010, с. 67–70.