А. С. Иванов (Подольск, РОНЦ МГОУ). **Моделирование температурных напряжений в элементах конструкций с учетом переменных теплофизических свойств материала.**

Среди теплофизических свойств материала определяющая роль принадлежит коэффициенту линейного расширения. Эта характеристика материала определяет уровень температурных напряжений при тепловом нагружении элементов конструкций. Объемное тепловыделение в изделиях атомной техники приводит к появлению термонапряжений, величина которых зависит от коэффициента линейного расширения. Его величина изменяется в достаточно широком диапазоне по сравнению с упругими свойствами, которые также характеризуют термонапряженное состояние изделий различных изделий. Неоднородность рассматриваемой теплофизической характеристики изменяет характер распределения термонапряжений. Принципиальную возможность снижения уровня термонапряжений в исследуемых объектах можно продемонстрировать на примере тепловыделяющего цилиндра с переменным коэффициентом линейного расширения. Используются математические аналогии в механике сплошной среды, когда задачи с разным физическим содержанием описываются одинаковыми функциональными зависимостями. При этом одна из задач позволяет осуществить достаточно простой эксперимент для своего решения. Задача термоупругости (состояние плоской деформации) математически формулируется следующим образом [1]:

$$\Delta\Delta F = \frac{\alpha E q_\nu^0}{(1-\nu)\lambda}\left(1+\frac{r^2}{R^2}\right), \quad F = \frac{\partial F}{\partial r} = 0 \quad \text{при} \quad r = R, \tag{1}$$

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r} \quad \sigma_{\theta\theta} = \frac{\partial^2 F}{\partial r^2}, \quad \sigma_{zz} = \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta}, \quad \sigma_{r\theta} = \sigma_{\theta r} = 0,$$

где F — функция напряжений, α — коэффициент линейного расширения, ν — коэффициент Пуассона, E — модуль Юнга, λ — коэффициент теплопроводности, σ_{rr}, $\sigma_{\theta\theta}$ и σ_{zz} — компоненты тензора термонапряжений, R — радиус цилиндра. Осевая компонента тензора термонапряжений соответствует свободным от нагрузок торцевым поверхностям. Граничные условия для функции напряжений при $r = R$ означают жесткое закрепление сечения цилиндра по внешнему контуру. Пусть коэффициент линейного расширения изменяется по закону $\alpha = \alpha_0(1 + r^2/R^2)$. Тогда задача (1) имеет точное аналитическое решение для функции напряжений и соответствующих компонент тензора напряжений:

$$F = \frac{\alpha_0 E q R^4}{24(1-\nu)\lambda}\left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\frac{r^2}{R^2} + \frac{1}{6}\frac{r^4}{R^4}\right), \tag{2}$$

$$\sigma_{rr} = \frac{1}{2}\frac{\partial F}{\partial r} = A\left(\frac{r^4}{R^4} - 1\right), \quad \sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} = A\left(5\frac{r^4}{R^4} - 1\right),$$

$$\sigma_{zz} = \sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} = 2A\left(3\frac{r^4}{R^4} - 1\right), \quad A = \frac{\alpha_0 E q_\nu R^2}{24(1-\nu)\lambda}.$$

Выражение для σ_{zz} справедливо для свободных от нагрузок торцевых поверхностей цилиндра. Функции F термоупругой задачи соответствует функция прогиба ω модельной пластины согласно соотношению $[F] = [\chi\omega]$, где χ — коэффициент для сохранения размерности. Функция прогиба ω является решением бигармонического уравнения для жестко защемленной пластины идентичной конфигурации $\Delta\Delta\omega = P(r)/D$, $\omega = \partial\omega/\partial r = 0$ при $r = R$, где D — жесткость пластины. Закон нагружения модельной пластины определяют из равенства правых частей бигармонических уравнений (1) и (2):

$$P(r) = \frac{\alpha E q_\nu^0}{(1-\nu)\lambda\chi}\left(1+\frac{r^2}{R^2}\right). \tag{3}$$

При нагружении жестко защемленной модельной пластины по закону (3) получают значения функции прогиба в отдельных точках модели. Если экспериментально измеренные значения прогиба пластины в пределах приемлемой точности совпадают с аналитической зависимостью, то это свидетельствует о правомочности используемой модельной системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Иванов А. С.* Математические аналогии механики сплошной среды. М.: МГОУ, 2009, 180 с.