Н. И. Клюев, Н. А. Бурмистров (Самара, СамГУ). **Движение частицы в градиентном потоке.**

В технических приложениях достаточно часто встречаются двухфазные системы, состоящие из газа (жидкости) с включением капель или твердых частиц. Моделирование таких процессов на микроуровне приводит к задаче о движении отдельной частицы в градиентном потоке. Будем считать частицу сферой радиуса a, которая разгоняется в горизонтальном цилиндрическом канале радиуса R, двигаясь вместе с потоком. На частицу действуют сила тяжести и сила Архимеда, сила лобового давления (в продольном направлении), силы сопротивления (в том числе от ускоренного движения).

Уравнения движения в проекции на цилиндрические координаты.

На ось x:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_x + F_{ax}, \tag{1}$$

где масса частицы $m = (4/3)\pi a^3\rho_2$, $F_{ax} = -(4\pi a^3\rho_1/3)d^2x/dt^2$,

$$F_x = 6\pi\mu_1 a\left[2\overline{V}_1\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)-\frac{dx}{dt}\right]\left[1+f\left(\frac{r}{R}\right)\frac{a}{R}\right]\left(1+0,15\mathrm{Re}_0^{0,687}\right)+\frac{2}{3}\pi\rho_1 a^3\frac{d^2x}{dt^2},$$

индексом «1» и «2» обозначены параметры легкой и тяжелой фаз, $\overline{V}_1$ — средняя скорость потока, $\mathrm{Re} = (V_1 - dx/dt)2a/\nu_1$ — число Рейнольдса, $\mathrm{Re}_0 = V_0 2a/\nu_1$, $f(r/R)$ — известная функция эксцентриситета [1], ρ — плотность, $V_0 = 4a^2(\rho_2-\rho_1)g/(9\mu_1)$ — скорость падения частицы в неподвижной среде под действием силы тяжести, μ, ν — динамическая и кинематическая вязкость.

Проекция на радиус r:

$$m\left[\frac{d^2r}{dt^2} - r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right] = -F_r + F_{ar} + F_{gr} - F_b, \tag{2}$$

где φ — угол,

$$F_r = 6\pi\mu_1 a\frac{dr}{dt}\left(1+0,15\mathrm{Re}_0^{0,687}\right)+\frac{2}{3}\pi\rho_1 a^3\left[\frac{d^2r}{dt^2}-r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right],$$

$$F_{gr} = \frac{4}{3}\pi a^3(\rho_2-\rho_1)g\sin\varphi, \quad F_{ar} = -\frac{4\pi a^3\rho_1}{3}\left[\frac{d^2r}{dt^2}-r\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2\right],$$

$$F_b = \frac{\pi a^2\rho_1}{2}\left\{\left[2\overline{V}_1\left[1-\frac{(r-a)^2}{R^2}\right]\right]^2 - \left[2\overline{V}_1\left[1-\frac{(r+a)^2}{R^2}\right]\right]^2\right\}.$$

Поперечное направление:

$$m\left[r\frac{d^2\varphi}{dt^2}+2\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\right] = F_\varphi + F_{a\varphi} + F_{g\varphi}, \tag{3}$$

где φ — угол,

$$F_\varphi = 6\pi\mu_1 ar\frac{d\varphi}{dt}\left(1+0,15\mathrm{Re}_0^{0,687}\right)+\frac{2}{3}\pi\rho_1 a^3\left[r\frac{d^2\varphi}{dt^2}+2\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\right],$$

$$F_{a\varphi} = -\frac{4\pi a^3\rho_1}{3}\left[r\frac{d^2\varphi}{dt^2}+2\frac{dr}{dt}\frac{d\varphi}{dt}\right], \quad F_{g\varphi} = \frac{4}{3}\pi a^3(\rho_2-\rho_1)g\cos\varphi.$$

Неоднородность поля скоростей приводит к **вращению частицы:**

$$\frac{2}{5}ma^2\frac{d\omega}{dt} = 8\pi\mu_1 a^2\left[2V_1\left(1-\frac{r^2}{R^2}\right)-\frac{dx}{dt}\right]f_1\left(\frac{r}{R}\right)\left(\frac{a}{R}\right)^2, \tag{4}$$

где $f_1(r/R)$ — известная функция эксцентриситета [1].

Начальные условия:

$$t = 0, \quad x = 0, \quad r = b, \quad \varphi = d, \quad \frac{dx}{dt} = 0, \quad \frac{dr}{dt} = 0, \quad \frac{d\varphi}{dt} = 0, \quad \omega = 0.$$

Система уравнений (1)–(4) решена численно.

Работа поддержана грантом министерства образования РФ федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России на 2009–2013 годы», НИР «Разработка методов исследования гидродинамики жидкого топлива в баках перспективных РН».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Хаппель Дж.*, *Бреннер Г.* Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976, 630 с.