В. Н. К о л о д е ж н о в (Воронеж, ВГТА)**. Особенности течения в цилиндрическом канале жидкости, реологическая модель которой учитывает эффект «отвердевания».**

В [1] предложена следующая реологическая модель жидкости

$$\tau_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\mu(I_2)\varepsilon_{ij}, \qquad i, j = 1, 2, 3, \tag{1}$$

$$\mu(I_2) = \frac{\tau_{\text{crit}}}{2\sqrt{-I_2}}\left[1 - \left(1 - \sqrt{\frac{I_2}{I_{2,\text{crit}}}}\right)^{1/n}\right], \quad n > 1, \quad -I_2 \leqslant I_{2,\text{crit}},$$

где τ_{ij}, ε_{ij} — компоненты тензоров напряжений и скоростей деформаций, соответственно, P — давление, δ_{ij} — символ Кронекера, $\mu(I_2)$ — функция второго инварианта $I_2 < 0$ тензора скоростей деформаций, τ_{crit}, $I_{2,\text{crit}}$, n — эмпирические константы реологической модели.

Особенность этой модели заключается в том, что для одномерных течений крутизна кривой для зависимости касательного напряжения от скорости сдвига неограниченно возрастает по мере приближения модуля второго инварианта I_2 тензора скоростей деформаций к некоторому критическому, но конечному значению $I_{2,\text{crit}}$. В этом случае касательное напряжение по модулю принимает предельное значение τ_{crit}. Поведение такой жидкости можно интерпретировать как проявление эффекта «отвердевания».

Рассмотрим установившееся, ламинарное течение жидкости с реологической моделью (1) в цилиндрическом канале радиуса R и длины l. Будем предполагать, что исходные параметры системы таковы, что в окрестности стенки канала (в области с наибольшими значениями $|I_2|$) формируется цилиндрический слой «отвердевшей» жидкости, внутренний радиус которого принимает неизвестное заранее значение R_S. Иначе говоря, течение такой жидкости в канале радиуса R фактически происходит в канале меньшего радиуса $R_S < R$. Оставшаяся же часть канала, в форме цилиндрического слоя толщины $(R - R_S)$, не участвует в движении, представляя собой неподвижное твердое тело.

В ходе решения задачи было показано, что распределение скорости жидкости $u(r)$ в свободной для течения части канала описывается выражением вида

$$\begin{gathered} u(r)/U_S = \lfloor (R_S - r) - R_S(1 - r/R_S)^{n+1}/(n+1) \rfloor / R, \\ U_S = 2r\sqrt{I_{2,\text{crit}}}, \quad R_S = 2l\tau_{\text{crit}}/\Delta P, \end{gathered} \tag{2}$$

где r — радиальная координата, отсчитываемая от оси канала, U_S — характерное значение скорости жидкости, ΔP — перепад давления на длине канала L.

Объемный расход жидкости с реологической моделью (1) через цилиндрический канал определяется из выражения

$$Q = 2\pi \int_0^{R_S} r u(r)\, dr = \pi R_S^3 U_S \{1/3 - 2/[(n+1)(n+2)(n+3)]\}/R.$$

Анализируя последнее соотношение, можно сделать вывод о том, что по мере увеличения перепада давления ΔP, как это следует из (2), величина параметра R_S снижается и, следовательно, проходное сечение канала уменьшается за счет расширения зоны «отвердевшей» жидкости. Это означает, что объемный расход для такого режима течения будет уменьшаться по мере роста перепада давления.

Если же перепад давления уменьшать, то, начиная с некоторого порогового значения $\Delta P_{\text{crit}} = 0,5\tau_{\text{crit}}L/R$, т. е. при выполнении условия $\Delta P < \Delta P_{\text{crit}}$, слой «отвердевшей» жидкости у стенки канала возникать не будет.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Колодежнов В. Н.* Течение в плоском канале дилатантной жидкости с эффектом «отвердевания». — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2010, т. 17, в. 3, с. 422.