В. И. Ковалев, Р. В. Крюков (Подольск, РОНЦ МГОУ). **Моделирование температурных напряжений в конструкциях из анизотропных материалов.**

Возникающие термонапряжения вследствие тепловыделения при изготовлении железобетонных изделий неравномерны. Они влияют на качество конструкций, в составе которых имеются неоднородные включения (камень, арматура и т.д.). Поэтому есть смысл говорить об анизотропии материала. Аналитическое решение задач термоупругости для произвольного изменения перечисленных характеристик встречает значительные математические трудности. Поэтому используют математические аналогии в механике деформируемого твердого тела.

Математический аналог между уравнениями для функции напряжения F, возникающей в сечении стержня, находящегося под действием неравномерного температурного поля, и функцией прогиба W в жестко защемленной пластине сводится к определению механических сил, эквивалентных температурному полю.

Уравнение для функции напряжения и граничные условия для односвязной области запишутся в виде выражения [1]:

$$\begin{aligned}&\frac{1}{E_0}\frac{\partial^4 F}{\partial r^4}+\left(\frac{1}{G}-\frac{2\nu_r}{E_r}\right)\frac{1}{r^2}\frac{\partial^4 F}{\partial r^2\partial\theta^2}+\frac{1}{E_r}\frac{1}{r^4}\frac{\partial^4 F}{\partial\theta^4}+\frac{2}{E_\theta}\frac{1}{r}\frac{\partial^3 F}{\partial r^3}-\left(\frac{1}{G}-\frac{2\nu_r}{E_r}\right)\frac{1}{r^2}\\&\quad\times\frac{\partial^4 F}{\partial r^2\partial\theta^2}-\frac{1}{E_r}\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 F}{\partial r^2}+\left(\frac{2}{E_r}-\frac{1}{G}-\frac{2\nu_r}{E_r}\right)\frac{1}{r^4}\frac{\partial^2 F}{\partial\theta^2}+\frac{1}{E_r}\frac{1}{r^3}\frac{\partial F}{\partial r}=-\alpha\Delta T,\end{aligned}$$

$F=\partial F/\partial n=0$ на Γ_0, где F — функция напряжений, α — коэффициент линейного расширения, ν — коэффициент Пуассона, E — модуль Юнга, λ — коэффициент теплопроводности.

Уравнение для функции прогиба трансверсально-ортотропной пластинки и граничные условия для жестко защемленного наружного контура односвязной области имеют вид

$$\begin{aligned}&D_r\frac{\partial^4 w}{\partial r^4}+2D_r\frac{1}{r^2}\frac{\partial^4 w}{\partial r^2\partial\theta^2}+D_\theta\frac{1}{r^4}\frac{\partial^4 w}{\partial\theta^4}+2D_r\frac{1}{r}\frac{\partial^3 w}{\partial r^3}-2D_{r,\theta}\frac{1}{r^2}\frac{\partial^3 w}{\partial r\partial\theta^2}\\&\quad-D_\theta\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 w}{\partial r^2}+2(D_\theta+D_{r,\theta})\frac{1}{r^4}+D_\theta\frac{1}{r^2}\frac{\partial w}{\partial r}=P_{r,\theta},\end{aligned}$$

$w=\partial w/\partial n=0$ на Γ_0.

Используя зависимость между модулями Юнга и коэффициентами Пуассона $E_r\nu_\theta=E_\theta\nu_r$ и выражения жесткости D в цилиндрических координатах, определяют закон распределения механической нагрузки, эквивалентной действию температурного поля

$$P_{r,\theta}=-\theta\frac{h^2E_r^0E_0^0\alpha\Delta T}{12(1-\nu_r^0\nu_0^0)u}. \tag{1}$$

Таким образом, используя математическую аналогию приведенных уравнений, можно моделировать термонапряженное состояние исследуемого объекта на жестко защемленной по контуру модельной пластине, подобной форме поперечного сечения натурной конструкции. Модельный эксперимент заключается в следующем: пластину нагружают механическими нагрузками в соответствии с формулой (1) в лабораторных условиях при комнатной температуре, далее определяют величину поверхностной деформации в пластинке, по которой можно определить температурные напряжения в цилиндрическом теле криволинейной анизотропии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Иванов С. Д.*, *Рыков В. С.* Комплексное исследование термонапряженного состояния и его регулирование в деталях и элементах конструкций. М.: МГОУ, 2005.