

**А. В. Неклюдов** (Москва, МГТУ). **О поведении решений нелинейного бигармонического уравнения в неограниченной области.**

Во многих работах ([1–3] и др.) изучалось поведение решений полулинейных эллиптических уравнений второго порядка с нелинейностью экспоненциального вида. Параболические и эллиптические уравнения с подобной нелинейностью возникают, например, в теории горения [4]. Как правило, в доказательствах использовался принцип максимума, что не позволяло переносить результаты на уравнения более высоких порядков. В [3] поведение решений эллиптического уравнения второго порядка в бесконечном цилиндре с граничными условиями Неймана на некомпактной части границы цилиндра изучалось без использования принципа максимума, и доказательства были основаны на энергетических оценках решений [5] и соотношениях между средним значением решения на сечении цилиндра и его «тепловым потоком» через это сечение [6].

В работе, представленное данным докладом, методы [3, 5, 6] применены к изучению поведения на полуплоскости решений двумерного нелинейного бигармонического уравнения

$$\Delta^2 u = e^u, \quad (1)$$

периодических по одной из переменных. Здесь  $\Delta$  — двумерный оператор Лапласа по переменным  $x_1, x_2$ . Основной результат состоит в следующем.

**Теорема.** *Любое определенное на полуплоскости  $\{x_1 > 0\}$  и периодическое по  $x_2$  решение уравнения (1) ведет себя одним из следующих способов:*

1)  $u = \sum_{k=0}^3 C_k x_1^k + O(e^{-\gamma x_1})$ ,  $C_k = \text{const}$ ,  $\gamma = \text{const} > 0$ , где хотя бы один из коэффициентов  $C_1, C_2, C_3$  отличен от нуля, причем старший из отличных от нуля коэффициентов отрицателен;

2)  $u = -4 \ln x_1 + O(1)$ .

Представляет интерес обобщение этих результатов на уравнения произвольного порядка с произвольным числом независимых переменных. В частности, для решений, стремящихся к минус бесконечности с логарифмической скоростью, ожидаемый коэффициент при логарифме по модулю равен порядку уравнения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Олейник О. А. Об уравнении  $\Delta u + k(x)e^u = 0$ . — Успехи матем. наук, 1978, т. 33, в. 2, с. 204–205.
2. Кондратьев В. А., Олейник О. А. Об асимптотике решений нелинейных эллиптических уравнений. — Успехи матем. наук, 1993, т. 48, в. 4, с. 184–185.
3. Неклюдов А. В. Поведение решений полулинейного эллиптического уравнения второго порядка вида  $Lu = e^u$  в бесконечном цилиндре. — Матем. заметки, 2009, т. 85, в. 3, с. 408–420.
4. Похожаев С. А. Об одном уравнении теории горения. — Матем. заметки, 2010, т. 88, в. 1, с. 53–62.
5. Неклюдов А. В. О задаче Неймана для дивергентных эллиптических уравнений высокого порядка в неограниченной области, близкой к цилиндру. — Труды семинара имени И. Г. Петровского, 1991, т. 16, с. 192–217.
6. Неклюдов А. В. Оценка среднего значения решения эллиптического уравнения второго порядка через его поток. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2007, т. 14, в. 5, с. 918–919.