Т. А. Ласковая, **К. К. Рыбников**, **О. К. Чернобровина** (Москва, МГТУ, Мытищи, МГУ леса). **О реализации универсальных двоичных узлов преобразования электронных схем комплексом формальных нейронов с пороговой функцией активации.**

Авторы настоящего доклада предлагают способ реализации так называемого *универсального узла электронной схемы* с помощью простейшей нейросистемы.

Следуя терминологии работ [1, 2], будем понимать под универсальным узлом преобразования электронной схемы с n входами и одним выходом устройство, осуществляющее техническую реализацию булевой функции $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$.

Булева функция может быть представлена в виде

$$f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = y_1 \vee y_2 \vee \cdots \vee y_s, \tag{1}$$

где y_l $(l=1,2,\ldots,s)$ — многоместные конъюнкции, т.е. $y_l = x_{i_1}^{\delta_1(l)} \& x_{i_2}^{\delta_2(l)} \& \cdots \& x_{i_l}^{\delta_{i_l}(l)}$, $\delta_k(l)$ равно 0 или 1 $(k = 1, 2, \ldots, i_l)$, $x_{i_k}^0 = \overline{x}_{i_k}$, $i_k \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Утверждение. *Уравнение* $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0$ *эквивалентно системе*

$$y_l = 0, \qquad l = 1, 2, \ldots, s, \tag{2}$$

и системе псевдобулевых неравенств вида

$$\sum_{j=1}^{l} a_{i_j}^l x_{i_j}^l \leqslant r_l - 1, \qquad l = 1, 2, \ldots, s, \tag{3}$$

где r_l *— число неизвестных, входящих в* y_l *без отрицания, а* a_{i_j} *равно* 1, *если* $\delta_{i_j} = 1$, *либо* -1, *если* $\delta_{i_j} = 0$ (*см., например*, [2, 4]).

Эквивалентность множеств решений булевой системы уравнений (2) и псевдобулевой системы неравенств (3) вытекает из следующих эквивалентностей булевых уравнений и псевдобулевых систем неравенств:

1) $x_0 = x_1 \vee x_2 \vee \cdots \vee x_n \Leftrightarrow -n + 3/2 \leqslant \sum_{i=1}^n x_i - (n - 1/2)x_0 \leqslant 1/2$;

2) $x_0 = x_1 \wedge x_2 \wedge \cdots \wedge x_n \Leftrightarrow 0 \leqslant \sum_{i=1}^n x_i - (n - 1/2)x_0 \leqslant n - 1$;

3) $x_0 = \overline{x}_1 \Leftrightarrow 1/2 \leqslant x_1 + x_0/2 \leqslant 1$ или $x_0 = 1 - x_1$

(см., например, [3]).

Базовым узлом нейронной сети является так называемый *формальный нейрон*. Математическую модель формального нейрона можно представить уравнением $y = f(g) = f(\sum_{i=1}^n a_i x_i + a_0)$, где y — выходной сигнал нейрона, $f(g)$ — функция, определяющая входной сигнал, a_i — постоянный коэффициент, вес i-го входа, x_i — i-й входной сигнал, $a_0 = \mathrm{const}$ — начальное состояние нейрона, $i = 1, 2, \ldots, n$ — номер входа нейрона, n — число входов.

Функция выходного сигнала, получившая в литературе название *функции активации*, может быть, вообще говоря, любой. В нашем случае мы будем рассматривать наиболее простой вид функции активации — пороговый:

$$f(g) = \begin{cases} b, & \text{если } g < d, \\ c, & \text{если } g \geqslant d \text{ (или } g > d), \end{cases}$$

где b, c, d — некоторые постоянные.

Структурная схема формального нейрона может быть представлена следующей иллюстрацией.

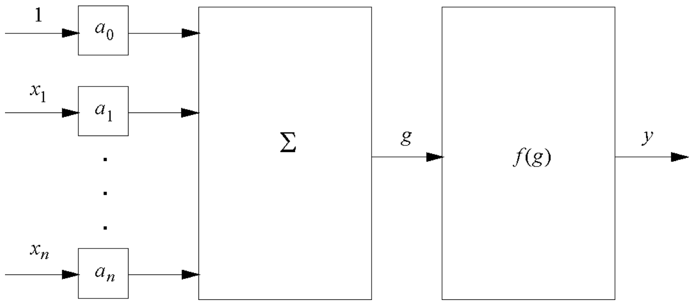

Рис. 1. Общая схема функционирования формального нейрона

Рассмотрим S формальных нейронов с параметрами $d = n_l - 3/4$, $b = 0$, $c = 1$, $g = g_l = \sum_{j=1}^{l} a_{i_j} x_{i_j}^l = r_l$, $y = y_l = f(g)$, $l = 1, 2, \ldots, s$. Обозначим эти формальные нейроны $A_1, A_2, \ldots, A_s$.

Введем еще один формальный нейрон A, входные параметры которого является выходными параметрами нейронов $A_1, A_2, \ldots, A_s$, $d = 3/4$, $b = 0$, $c = 1$, $g = \sum_{l=1}^{s} y_s$, $y = u = f(g)$.

Анализ соотношений показывает, что комплекс формальных нейронов (см. рис. 2)

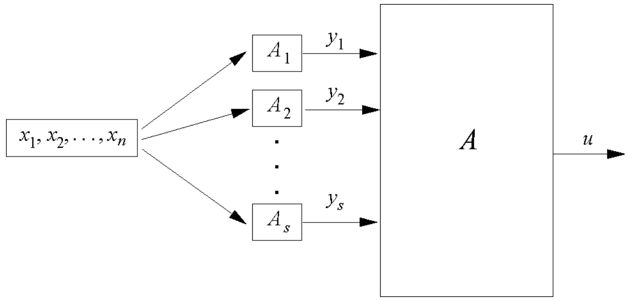

Рис. 2. Комплекс формальных нейронов, реализующий булеву функцию $u = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$

реализует булеву функцию (1), соответствующую универсальному узлу преобразования в электронной схеме.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Рыбников К. К.*, *Ласковая Т. А.* Полиэдральные модели узлов преобразований в нейросетях. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2007, т. 14, в. 1, с. 144–145.
2. *Рыбников К. К.* Введение в дискретную математику и теорию решения экстремальных задач на конечных множествах. М.: Гелиос АРВ, 2010, 320 с.
3. *Головкин Б. А.* Машинное распознавание и линейное программирование. М.: Советское радио, 1973, 100 с.
4. *Рыбников К. К.*, *Чернобровина О. К.* Полиэдральный подход к анализу некоторых узлов преобразований электронных схем. Целочисленные многогранники. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2010, т. 17, в. 4, с. 586–587.