Т. Г. Сукачева, О. П. Матвеева (Великий Новгород, Нов Γ У). Квазистационарные полутраектории в однородной модели термоконвекции ненулевого порядка.

Система уравнений

$$(1 - \lambda \nabla^{2})\mathbf{v}_{t} = \nu \nabla^{2}\mathbf{v} - (\mathbf{v} \nabla)\mathbf{v} + \sum_{l=1}^{k} \beta_{l} \nabla^{2}\mathbf{w}_{l} - g\mathbf{q}\theta - \mathbf{p} + \mathbf{f},$$

$$0 = \nabla(\nabla \mathbf{v}), \quad \frac{\partial \mathbf{w}_{l}}{\partial t} = \mathbf{v} + \alpha_{l}\mathbf{w}_{l}, \quad \alpha_{l} \in \mathbf{R}_{-}, \quad l = 1, 2, \dots, k,$$

$$\theta_{t} = \varkappa \nabla^{2}\theta - \mathbf{v} \nabla\theta + \mathbf{v} \mathbf{q},$$

$$(1)$$

моделирует эволюцию скорости $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n), v_i = v_i(x, t)$, градиента давления $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n), p_i = p_i(x, t)$, и температуры $\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}(x, t)$ несжимаемой вязкоупругой жидкости Кельвина—Фойгта порядка k > 0 [1]. Параметры $\lambda \in \mathbf{R}$, $\nu \in \mathbf{R}_+$ и $\varkappa \in \mathbf{R}_+$ характеризуют упругость, вязкость и теплопроводность жидкости соответственно, $g \in \mathbf{R}_+$ есть ускорение свободного падения, вектор $\mathbf{q} = (0, 0, \dots, 0, 1)$ — орт в \mathbf{R}^n . Параметры $\beta_l \in \mathbf{R}_+, l = 1, 2, \dots, k$, определяют время ретардации (запаздывания) давления. Свободный член $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \dots, f_n), f_i = f_i(x, t)$, отвечает внешнему воздействию на жидкость.

Рассмотрим разрешимость первой начально-краевой задачи

$$\mathbf{v}(x,0) = \mathbf{v}_0(x), \quad \mathbf{w}_l(x,0) = \mathbf{w}_{l_0}(x), \quad \theta(x,0) = \theta_0(x), \quad \text{для любого} \quad x \in \Omega,$$

$$\mathbf{v}(x,t) = 0, \quad \mathbf{w}_l(x,t) = 0, \quad \theta(x,t) = 0, \quad \forall (x,t) \in \partial\Omega \times \mathbf{R}_+, \quad l = 1, 2, \dots, k,$$
(2)

для однородной системы (1) (f = 0). Здесь $\Omega \subset \mathbf{R}^n$ (n = 2,3,4) — ограниченная область с границей $\partial\Omega$ класса C^{∞} . Ранее задача (1)–(2) в случае k=0, f=f(x) изучалась Γ . А. Свиридюком [2].

Разрешимость задачи (1)–(2) исследуется в рамках теории полулинейных уравнений соболевского типа. На основе полугруппового подхода [3, 4] доказана теорема существования единственного решения указанной задачи, которое является квазистационарной полутраекторией. Получено описание фазового пространства задачи (1)–(2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Осколков А. П. Начально-краевые задачи для уравнений движения жидкостей Кельвина–Фойгта и жидкостей Олдройта. Труды МИ АН СССР, 1988, № 179, с. 126–164.
- 2. Cвиридок Г. А. Разрешимость задачи термоконвекции вязкоупругой несжимаемой жидкости. Изв. вузов., матем., 1990, № 12, с. 65–70.
- 3. Sviridyuk G. A., Fedorov V. E. Linear Sobolev Type Equations and Degenerate Semigroups of Operators. Utrecht etc.: VSP, 2003, 179 p.
- 4. Свиридюк Г. А. К общей теории полугрупп операторов. Успехи матем. наук, 1994, т. 49, № 4, с. 47–74.