А. П. К у п ц о в (Казань, К(П)ФУ). **Автомодельные поля на целочисленных аделях.**

Множество целочисленных аделей $\mathbf{A}'$ задается как $\{(a_2, a_3, \ldots a_p, \ldots), a_p \in \mathbf{Z}_p\}$, где $\mathbf{Z}_p$ — кольцо целых p-адических чисел. Множество «прореженных» целочисленных аделей $\mathbf{A}'n$, получается путем покомпонентного умножения аделя из $\mathbf{A}'$ на фиксированное $n \in \mathbf{N} \subset \mathbf{A}'$. Оно образует группу по сложению и замкнуто относительно операции умножения.

Обобщенное случайное поле φ на $\mathbf{A}'$ определяется [2] путем построения согласованной системы конечномерных случайных полей (дискретизаций). Каждая дискретизация ξ_n связана с исходным полем φ соотношением $\xi_n(i) = \int \varphi(x) I'_{\mathbf{A}} n + i(x)\, dx$ и представляет собой набор n случайных величин $\xi_n(i)$, $i \in \Omega_n$ с нулевым средним, распределение которых инвариантно относительно любых перестановок на Ω_n, множестве из n элементов с групповой структурой изоморфной $\mathbf{Z}/n\mathbf{Z}$.

Понятие гауссовского автомодельного случайного поля на множестве всех аделей было построено в работе [3]. Мы определим условие автомодельности полей на $\mathbf{A}'$ и построим соответствующее негауссовское автомодельное случайное поле.

Напомним, что поле называется автомодельным, если оно инвариантно относительно преобразования ренормгруппы. Определим ренормгруппу Вильсона обобщенного случайного поля φ на $\mathbf{A}'$ как композицию оператора прореживания и преобразования скейлинга случайного поля φ. Прореживание является ограничением поля $\varphi(x)$, $x \in \mathbf{A}'$, на множество аргументов $\mathbf{A}'n$. Скейлинг реализаций поля φ определяется как $\|\lambda\|_{\mathbf{A}}^{1-\alpha/2}\varphi(\lambda x)$, где $x, \lambda \in \mathbf{A}'$, λ — является иделем, $\|\cdot\|_{\mathbf{A}}$ — идельная норма и параметр $\alpha \in (0, 2]$. Преобразование скейлинга для обобщенного случайного поля φ действует на f — основные функции поля, как $n^{-\alpha/2} f(nx)$ и $nx \in \mathbf{A}'n$.

Введем дискретные аналоги операций скейлинга и прореживания. Дискретный аналог операции прореживания аналогичен известному преобразованию децимации для случайных полей на $\mathbf{Z}$. Для заданного случайного поля $\xi(i)$, $i \in \Omega_{nm}$ преобразованием децимации с индексом n называется преобразование поля ξ, сопряженное преобразованию реализаций $\xi^*(i) = \xi(i \cdot m)$, $i \in \Omega_n$. Дискретным скейлингом с индексом n и параметром α называется преобразование поля ξ, сопряженное преобразованию реализаций: $\xi^*_m(j) = n^{-\alpha/2} \sum\limits_{\substack{i \in \Omega_{nm} \\ i \bmod m = j}} \xi_{nm}(i)$, $j \in \Omega_m$.

Следующая теорема задает условие автомодельности обобщенного случайного поля на $\mathbf{A}'$.

Теорема 1. *Пусть заданы обобщенные случайные поля $\varphi(x)$ и $\varphi'(x)$, $x \in \mathbf{A}'$, и их дискретизации ξ и ξ'. Поля φ, φ' связаны преобразованием ренормгруппы Вильсона, тогда и только тогда когда, для $\forall\, m$, преобразования децимации, примененное к полю $\xi(i)$, $i \in \Omega_{nm}$, и дискретного скейлинга, примененное к полю $\xi'(i)$, $i \in \Omega_{nm}$, приводят к одному и тому же полю ξ^* на Ω_n.*

Напомним, что случайная величина ξ называется устойчивой случайной величиной с параметром $\lambda \in (0, 2]$ если ее характеристическая функцией имеет вид $\exp(-\mathrm{const} \cdot |z|^\lambda)$. Свяжем понятие устойчивости и условие автомодельности поля на $\mathbf{A}'$.

Теорема 2. *Пусть дискретизации $\xi_n(j)$, $j \in \Omega_n$ обобщенного случайного поля $\varphi(x)$, $x \in \mathbf{A}'$ являются независимыми случайными величинами и имеют устойчивое распределение, тогда поле $\varphi(x)$ является автомодельным.*

Параметр λ устойчивого распределения и параметр α ренормгруппы связаны соотношением $\alpha = 2/\lambda$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гельфанд И. М.*, *Граев М. И.*, *Пятецкий-Шапиро И. И.* Теория представлений и автоморфные функции. М.: Наука, 1966.
2. *Kuptsov A.*, *Lerner E.* Legandre transform and infinitely divisible distributions. — 9th Vilnius Conference on Probab. Theory, 2006. — Vilnius: Institute of Mathematics and Informatics, 2006, p. 211–212.
3. *Misarov M. D.* Random fields on the adele ring and Wilson's renormalization group. — Ann. Inst. Henri Poincare, 1989, v. 49, № 3, p. 357–367.