

**А. М. Зубков, Т. А. Татаренко** (Москва, МИАН, МГУ). Экстремальная задача для числа ячеек с заполнением, превышающим заданный уровень.

В [1] рассматривались полиномиальные схемы независимого размещения  $T$  частиц по  $N$  ячейкам; вероятности попадания каждой частицы в ячейки с номерами  $1, 2, \dots, N$  образуют вектор  $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_N)$ . Записывая компоненты вектора  $\mathbf{p}$  в порядке невозрастания:  $p_{(1)} \geq p_{(2)} \geq \dots \geq p_{(N)}$ , сопоставим ему последовательность нарастающих сумм  $P_k(\mathbf{p}) = p_{(1)} + p_{(2)} + \dots + p_{(k)}$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ . Пусть  $\bar{\mu}_1(T, N, \mathbf{p})$  — число ячеек, в которые попала хотя бы одна частица.

В [1] доказано, что если вероятности ячеек в двух полиномиальных схемах размещения частиц образуют векторы  $\mathbf{p}$  и  $\mathbf{p}'$ , то условие

$$P_k(\mathbf{p}) \leq P_k(\mathbf{p}') \quad \text{для всех } k = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

эквивалентно условию

$$\mathbf{P} \{ \bar{\mu}_1(T, N, \mathbf{p}) \leq m \} \leq \mathbf{P} \{ \bar{\mu}_1(T, N, \mathbf{p}') \leq m \} \quad \text{при всех } T, m = 1, 2, \dots,$$

т. е. при «выравнивании» (в смысле (1)) вероятностей ячеек распределение числа занятых ячеек смещается в сторону больших значений. Другое доказательство этого утверждения приведено в [2].

Модификация рассуждений из [1] позволяет доказать аналогичное утверждение для числа  $\bar{\mu}_r(T, N, \mathbf{p})$  ячеек, в которые попало не менее  $r$  частиц.

**Теорема.** При любом  $r \geq 1$  условие (1) необходимо и достаточно для того, чтобы

$$\mathbf{P} \{ \bar{\mu}_r(T, N, \mathbf{p}) \leq m \} \leq \mathbf{P} \{ \bar{\mu}_r(T, N, \mathbf{p}') \leq m \} \quad \text{при всех } T, m = 1, 2, \dots$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зубков А. М., Попов Н. Н. Отношение частичного порядка, порожденное распределениями числа занятых ячеек. — Матем. заметки, 1982, т. 32, в. 1, с. 97–102.
2. Shioda S. Some upper and lower bounds on the coupon collector problem. — J. Comput. Appl. Math., 2007, v. 200, p. 154–167.