И. С. Богатый (Москва, МГУ). **Вероятность неразорения в модели с дискретными временем и риском.**

Рассматривается дискретная модель риска $U_t(u) = u + \sum_{i=1}^{t}(b - X_i)$, $t = 0, 1, \dots,$ где u — стартовый капитал, b — поступление страховых премий за единицу времени, а $X_1, X_2, \dots$ — размеры страховых выплат в моменты времени $t = 1, 2, \dots$ Предполагается, что $X_1, X_2, \dots$ независимы, одинаково распределены и принимают целочисленные значения $a_1 > a_2 > \dots > a_m \geqslant 0$ с вероятностями $q_1, q_2, \dots, q_m$ соответственно, $q_1 + q_2 + \dots + q_m = 1$. В дальнейшем будем считать, что $a_m = 0$ (это можно обеспечить выбором b).

Обозначим $p_u = \mathbf{P}\{\min_{t \geqslant 0} U_t(u) \geqslant 0\}$ вероятность неразорения на бесконечном интервале времени при начальном капитале u. Пусть $f(x) = \sum_{u=0}^{\infty} p_u x^u$ есть производящая функция последовательности $\{p_u\}$. Производящую функцию распределения случайных величин X_i обозначим $Q(z) = \sum_{j=1}^{m} q_j z^{a_j}$; положим $P(z) = -z^b + Q(z)$.

Теорема. *Если* $b - a_1 q_1 - a_2 q_2 - \dots - a_m q_m = b - \mathbf{M}\, X_1 > 0$, *то*

$$f(z) = \frac{(1 - z_1)^{\mu_1}(1 - z_2)^{\mu_2} \cdots (1 - z_s)^{\mu_s}}{(z - x_1)^{\mu_1}(z - x_2)^{\mu_2} \cdots (z - x_s)^{\mu_s}} \, \frac{1}{1 - z},$$

где $x_1, x_2, \dots, x_s$ — *все (комплексные) корни* $P(z)$, *бо́льшие единицы по модулю, а* $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_s$ — *их кратности.*

Разлагая функцию $f(z)$ в сумму простых дробей, можно получить явную формулу для вероятностей неразорения в виде конечных сумм.

Данный результат получен как обобщение работы Неймана [1], в которой исследовалась аналогичная задача для $m = 2$, $q_1 = q_2 = 1/2$. Аналогичные результаты несколько другими методами были получены в [2], [3].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Newman D. J.* The distribution function for extreme luck. — Amer. Math. Monthly, 1960, v. 67, № 10, p. 992–994.
2. *Liu S. X.*, *Guo J. Y.* Discrete risk model revisited. — Methodol. and Comput. Appl. Probab., 2006, v. 8, № 2, p. 303–313.
3. *Jensen G.*, *Pommerenke C.* On a function-theoretic ruin problem. — Ann. Acad. Sci. Fennicae, 2007, v. 32, p. 523–543.