В. А. Л е с н и ч е н к о (Москва, МГУ). **Экстремальная задача для суммы независимых индикаторов.**

Пусть $I_1, I_2, \ldots, I_n$ — независимые индикаторы, $\mathbf{P}\{I_k = 1\} = p_k$, $\mathbf{P}\{I_k = 0\} = 1 - p_k$, $k = 1, 2, \ldots, n$, и $S_n = I_1 + I_2 + \cdots + I_n$. Найдены экстремальные значения вероятности $\mathbf{P}\{S_n = 0\} = (1-p_1)(1-p_2)\cdots(1-p_n)$ при условиях $\mathbf{E}\,S_n = m_1$, $\mathbf{D}\,S_n = m_2$.

Обозначая $\{m_1\}$ дробную долю числа m_1, положим

$$A(n) = \biggl\{(m_1, m_2)\colon\ m_1 \in [0, n],\ \{m_1\}(1 - \{m_1\}) \leqslant m_2 \leqslant m_1\biggl(1 - \frac{m_1}{n}\biggr)\biggr\},$$

$$D(n) = \biggl\{(m_1, m_2)\colon\ m_1 \in [1, n],\ \{m_1\}(1 - \{m_1\}) \leqslant m_2 \leqslant (m_1 - 1)\biggl(1 - \frac{m_1 - 1}{n}\biggr)\biggr\}.$$

Теорема 1. *При фиксированных значениях n, m_1, m_2 справедливы соотношения q*

$$\min \mathbf{P}\{S_n = 0\} = \begin{cases} 0, & \text{\textit{если} } (m_1, m_2) \in D(n), \\ (1-q_1)(1-q_2)^{n-1}, & \text{\textit{если} } (m_1, m_2) \in A(n) \backslash D(n), \end{cases}$$

$$\max \mathbf{P}\{S_n = 0\} = (1-q_1)^k (1-q_2), \quad \text{\textit{если} } (m_1, m_2) \in A(n),$$

где $k = k(m_1, m_2)$ — максимальное целое число, не меньшее, чем $m_1^2/(m_1 - m_2)$,

$$q_1 = \frac{km_1 + \sqrt{k(n-k)((m_1 - m_2)n - m_1^2)}}{nk},$$

$$q_2 = \frac{(n-k)m_1 + \sqrt{k(n-k)((m_1 - m_2)n - m_1^2)}}{n(n-k)}.$$

Теорема 2. *При фиксированных значениях моментов $\mathbf{E}\,S_n^r = m_r$, $r \in C \subset \{1, 2, \ldots\}$ экстремальные значения $\mathbf{P}\{S_n = 0\}$ достигаются на наборах $(p_1, p_2, \ldots, p_n\}$, которые содержат не более $\max\{r\colon\ r \in C\}$ значений, отличных от 0 и 1.*