

А. Н. Зубков (Гаганрог, филиал ДГТУ). Деформации n -мерных комплексных многообразий \mathcal{F}^n в \mathbf{E}^{2n+2} , $n \geq 1$, с нулевым G^* -кручением при условии их зацебления.

Рассмотрим в евклидовом пространстве \mathbf{E}^{2n+2} , $n \geq 1$, n -мерное комплексное многообразие $\mathcal{F}^n = (F^{2n}, \Sigma)$, где F^{2n} — $2n$ -мерная поверхность класса регулярности C^3 в \mathbf{E}^{2n+2} , для которой коэффициенты ее вторых квадратичных форм и коэффициенты ее линейной формы кручения удовлетворяют определенным условиям (см. [1]), а Σ — комплексная структура, введенная на F^{2n} (см. [2]). Присоединим к F^{2n} подвижный репер $\{\bar{x}, \bar{e}_1, \bar{e}_2, \dots, \bar{e}_{2n+2}\}$, где \bar{e}_i ($i = 1, 2, \dots, 2n$) — единичные базисные векторы в касательном векторном пространстве $T_x F^{2n}$ к F^{2n} в точке $x \in F^{2n}$, а \bar{e}_σ ($\sigma = 2n+1, 2n+2$) — векторы ортонормированного базиса в нормальном векторном пространстве $N_x F^{2n}$.

Пусть $\bar{v}(x) = a^i \bar{e}_i + c^\sigma \bar{e}_\sigma$, $x \in F^{2n}$, есть поле смещений точек поверхности F^{2n} при ее деформации в \mathbf{E}^{2n+2} . Возьмем на F^{2n} поверхностную полосу $\{L, N_{x(s)} F^{2n}\}$ (см. [3]), $x(s) \in L$, вдоль гладкой кривой $L \subset F^{2n}$, где s — натуральный параметр вдоль L , $0 \leq s \leq S$, а L проходит через точку $x = (u^1(0), u^2(0), \dots, u^{2n}(0))$ в направлении единичного вектора $\bar{t} \in T_x F^{2n}$. Используя деривационные уравнения для F^{2n} вдоль ее полосы, найдем абсолютную производную в связности $(\nabla \oplus \nabla^\perp)$ Вандер-Вардена–Бортолотти от векторного поля $\bar{v}(s) = \bar{v}(x(s))$ вдоль кривой $L \subset F^{2n}$, где ∇ — связность Леви–Чивиты на F^{2n} , а ∇^\perp — нормальная связность, и возьмем проекцию этой производной на $N_x F^{2n}$ в точке $x \in L \subset F^{2n}$. Получим вектор $\bar{G}(x, \bar{t}) = \varphi_0^{-1/2} \sum_{\sigma=2n+1}^{2n+2} (a^i \omega_i^\sigma + dc^\sigma + c^\beta \omega_\beta^\sigma) \bar{e}^\sigma$, где $\varphi_0 = g_{ij} \omega^i \omega^j = ds^2$. Следуя [1], величину $G^* = |\bar{G}(x, \bar{t})|$ назовем G^* -кручением комплексного многообразия \mathcal{F}^n в точке $x \in F^{2n}$ в направлении $\bar{t} \in T_x F^{2n}$, а деформации F^{2n} в \mathbf{E}^{2n+2} , для которых $G^* = 0$ при любых $x \in F^{2n}$ и любом $\bar{t} \in T_x F^{2n}$, будем называть деформациями с нулевым G^* -кручением комплексного многообразия \mathcal{F}^n . По построению величина G^* является инвариантом нормального оснащения $N F^{2n}$ на F^{2n} . При $G^* = 0$ на F^{2n} получается система дифференциальных уравнений относительно неизвестных функций a^i ($i = 1, 2, \dots, 2n$), c^σ ($\sigma = 2n+1, 2n+2$), тип которой определяется не только метрическими, но и внешнегеометрическими свойствами поверхности F^{2n} .

Теорема. Комплексное многообразие $\mathcal{F}^n = (F^{2n}, \Sigma)$, $n \geq 1$, зацебленное на некотором непустом открытом (в топологии F^{2n}) подмножестве $\Gamma \subset F^{2n}$, не допускает деформаций с нулевым G^* -кручением, отличным от тождественного.

Доказательство следует из того, что точки зацебления для \mathcal{F}^n соответствуют нулям голоморфной функции n -комплексных переменных z_i ($i = 1, 2, \dots, n$) [1] и теоремы единственности для голоморфных функций, заданных на n -мерном комплексном многообразии (см. [2]).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зубков А. Н. Изоморфизм между $2n$ -мерными комплексными многообразиями с нулевым G^* -кручением в евклидовом пространстве \mathbf{E}^{2n+2} , $n \geq 1$, и голоморфными функциями нескольких комплексных переменных. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2007, т. 14, в. 5, с. 885.
2. Шабат Б. В. Введение в комплексный анализ. Ч. II. М.: Физматлит, 1976, 400 с.
3. Зубков А. Н. Исчисление инвариантов оснащения многомерных полос на подмногообразиях F^{2n} в пространстве $V^n(K)$, $n > t$, постоянной кривизны K . — Изв. ВУЗов, сер. матем., 1996, № 7, с. 32–45.