

В. В. П и с а р е н к о (Москва, МИЭМ (ГУ)). **Управление инвестициями фондосоздающего сектора в динамической модели трехсекторной экономики.**

В работе, представленной данным докладом, исследуется проблема оптимального управления, формулируемая в рамках модели трехсекторной экономики. Параметр состояния является трехмерным и представляет собой набор функций, выражающих фондовооруженность (удельный капитал) в каждом секторе; роль управления играет функция удельных инвестиций в фондосоздающем секторе. Целевой функционал имеет смешанный характер и состоит из интегральной части, выражающей суммарное удельное потребление на заданном конечном интервале времени, и терминальной части, зависящей от конечных значений параметров фондовооруженности.

Рассмотрим следующую задачу оптимального управления в трехсекторной экономической модели.

1. $\int_0^T A_2 \theta_2 k_2^{\alpha_2} dt + \Psi(k_0(T), k_1(T), k_2(T)) \rightarrow \max,$
2. $\dot{k}_0 = \varphi_0(t, k, i_1) = -(\nu + \mu_0)k_0 + L_{1,0}L_{0,0}^{-1}\rho(A_1 k_1^{\alpha_1} - 1),$
 $\dot{k}_1 = \varphi(t, k, i_1) = -(\nu + \mu_1)k_1 + i_1,$
 $\dot{k}_2 = \varphi_2(t, k, i_1) = -(\nu + \mu_0)k_2 + L_{1,0}L_{2,0}^{-1}(1 - \rho)(A_1 k_1^{\alpha_1} - 1),$
3. $k_0(0) = k_{0,0}, k_1(0) = k_{1,0}, k_2(0) = k_{2,0},$
4. $i_{1,0} = I_{1,0}/l_{1,0} \leq i_1(t) \leq \gamma Y_1(t)/L_1(t) = \gamma A_1 k_1^{\alpha_1},$

где $k_j = K_j/L_j$ есть фондовооруженность j -го сектора экономики, $i_j = I_j/L_j$ есть удельные инвестиции в j -й сектор, $j = 0, 1, 2$.

Решение задачи оптимального управления производится на основе принципа максимума Понтрягина.

Обозначим $p_0(t), p_1(t), p_2(t)$ сопряженные переменные в данной задаче оптимального управления и рассмотрим вспомогательную функцию $Q(p_0, p_1, p_2) = -\rho l_0^{(1)} p_0 + p_1 - (1 - \rho) l_2^{(1)} p_2$. Тогда из условия максимума функции Понтрягина следует, что оптимальное управление $i_{1*}(t)$ имеет следующую структуру:

$$i_{1*}(t) = \begin{cases} \gamma A_1 k_1^{\alpha_1}(t), & Q(p_0, p_1, p_2) > 0, \\ i_{1,0}, & Q(p_0, p_1, p_2) < 0, \end{cases}$$

где $i_{1,0} = I_{1,0}/L_{1,0}$ есть начальное значение удельных инвестиций — нижняя граница области допустимых управлений, $\gamma A_1 k_1^{\alpha_1}$ — верхняя граница области допустимых инвестиций.

Рассмотрено четыре основных варианта поведения функции оптимального управления $i_{1*}(t)$: два варианта без переключения и два варианта с одним переключением. Для каждого из рассмотренных вариантов структуры функции управления были определены выражения для основных параметров $k_0(t), k_1(t), k_2(t)$, а также для сопряженных параметров $p_0(t), p_1(t), p_2(t)$ при всех значениях $t \in [0, T]$. Таким образом, определены явные представления для функции $Q(t)$ при всех вариантах структуры управления.

Далее для каждого из основных вариантов управления можно проанализировать поведение функции $Q(t)$ на всем интервале $[0, T]$.

Если характер функции $Q(t)$ соответствует выбранной структуре функции управления $i_1(t)$, то рассматриваемый вариант функции управления $i_1(t)$ и соответствующих параметров состояний системы $k_0(t), k_1(t), k_2(t)$ можно считать управляемым процессом, удовлетворяющим необходимым условиям экстремума в форме принципа максимума.