

**А. В. Б а б а ш** (Москва, МЭСИ). **Изопериод выходных последовательностей последовательного соединения полноциклового автомата с неавтономным перестановочным автоматом.**

Одним из требований к синтезу управляющих блоков многоалфавитных поточных шифров является требование, состоящее в том, что в управляющей гамме должны отсутствовать простые аналитические зависимости между близко расположенными знаками. Приводимые результаты тесно связаны с решением классической проблемы оценки периодов выходных последовательностей конечных автоматов (см. [1, 2]). Начало публикаций по вопросам оценок изопериодов выходных последовательностей некоторых классов автоматов осуществлено в [3, 4]. Пусть  $Y$  — конечный алфавит,  $|Y| \geq 2$ ,  $\sigma$  — бинарное отношение на  $Y$ . Последовательность  $Q = y_1, y_2, \dots$  элементов алфавита  $Y$  называется  $\sigma$ -периодической, если существует натуральное число  $d$ , при котором  $y_j \sigma y_{j+d}$  для любого  $j \in \{1, 2, \dots\}$ . Число  $d$  называется  $\sigma$ -периодом последовательности  $Q$ . Если  $\sigma$  — отношение равенства, то  $Q = y_1, y_2, \dots$  — периодическая последовательность, и минимальное число  $d$  с указанным свойством является ее периодом. Если  $\sigma$  является отображением  $Y$  в  $Y$ , то последовательность  $Q = y_1, y_2, \dots$  будем называть  $\sigma$ -изопериодической, а минимальное число  $d$  — ее  $\sigma$ -изопериодом.

Введем обозначения:  $S$  — множество состояний автомата,  $X$  — входной алфавит,  $Y$  — выходной алфавит,  $h$  — функция переходов,  $(h_x)_{x \in X}$  — частичные функции переходов,  $\lambda$  — функция выходов,  $A_1 = (S_1, Y_1, h, \lambda)$  — полноциклового приведенный автомат,  $A_1(1s)$  — выходная последовательность  $A_1$  при начальном состоянии  $1s \in S_1$ ,  $A_2 = (X = Y_1, S_2, (h_x)_{x \in X})$  — перестановочный коммутуируемый автомат без выхода ( $(h_x)_{x \in X}$  — биекции  $S_2$  в  $S_2$  и  $h_x h_{x'} = h_{x'} h_x$  для любых  $x, x' \in X$ ),  $A_2(2s, P)$  — выходная последовательность автомата  $A_2$  при входной последовательности  $P$  и начальном состоянии  $2s \in S_2$ ,  $\Pi = h_{x(|S_1|)} h_{x(|S_1|-1)} \dots h_{x(2)} h_{x(1)}$ , где  $A_1(1s) = x(1), x(2), \dots$ ,  $A_{\varphi, \Pi} = (S_2, \Pi, \varphi)$  — вспомогательный автономный автомат построенный для  $A_1$  и  $A_2$  с функцией переходов  $\Pi$  и выходов  $\varphi$ . Обозначим  $A = A_1 \xrightarrow{\Phi} A_2$  последовательное соединение автомата  $A_1 = (S_1, Y_1, h, \lambda)$  с автоматом  $A_2 = (X, S_2, (h_x)_{x \in X})$ . Символ  $\Phi$  обозначает выходную функцию  $\Phi: S_1 \times S_2 \rightarrow Y$  этого последовательного соединения. Для описания класса рассматриваемых ниже функций  $\Phi$  введем вспомогательные функции  $\psi: S_1 \rightarrow Y'$ ,  $\varphi: S_2 \rightarrow Y''$  и  $F: Y' \times Y'' \rightarrow Y$ . Будем считать, что функция  $F$  инъективна по последней переменной, в связи с чем удобно использовать обозначение  $F_{y'}(y'') = F(y', y'')$ ,  $(y', y'') \in Y' \times Y''$  для отображения  $F_{y'}$  в  $Y$ .

**Теорема.** Пусть  $A = A_1 \xrightarrow{\Phi} A_2$  — полноциклового автомат,  $\Phi(1s, 2s) = F(\psi(1s), \varphi(2s))$ ,  $(1s, 2s) \in S_1 \times S_2$ , причем функция  $F$  инъективна по последней переменной, и период последовательности состояний  $A_2(2s, P)$  автомата  $A_2$  при выходной последовательности  $P = A_1(1s)$ ,  $1s \in S_1$  кратен величине  $|S_1|$ , для автомата  $A_{\varphi, \Pi} = (S_2, \Pi, \varphi)$  выполняется свойство: при фиксированной биекции  $\sigma$   $Y$  в  $Y$  любой  $\eta$ -изопериод выходной последовательности  $A_{\varphi, \Pi}(2s)$  автомата  $A_{\varphi, \Pi}$  равен  $|S_2|$  при  $\eta \in \{F_{y'}^{-1} \sigma F_{\bar{y}'}: y', \bar{y}' \in Y'\}$ . Тогда  $\sigma$ -изопериод выходной последовательности  $A(1s, 2s)$  автомата  $A$  равен  $|S_1| |S_2|$ .

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бабаш А. В.* О периодах выходных последовательностей автоматов без потери информации при заданных периодических входных последовательностях. — Дискретн. матем., 2009, т. 21, в. 4.
2. *Бабаш А. В.* О периодичности выходных последовательностей автомата с потерей информации. — Ученые записки, 2010, № 3, с. 26–35.
3. *Бабаш А. В.*  $G$ -изопериод выходной последовательности автономного последовательного соединения автоматов. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2000, т. 7, в. 1.

4. *Babash A. V.* Isoperiods of output sequences of automata. — Probabilistic Methods in Discrete Mathematics. Utrecht: VSP, 2002, p. 147–158.