С. В. Симушкин, И. Н. Володин (Казань, КФУ). **Исследования по d-гарантийному тестированию гипотез: новые результаты и нерешенные проблемы.**

Рассматривается задача различения двух гипотез $H_0 : \theta \in \Theta_0$ и $H_1 : \theta \in \Theta_1 = \Theta_0^c$ о параметре θ, индексирующего распределение наблюдаемой в статистическом эксперименте случайной величины в ситуации, когда значение θ является реализацией случайной величины ϑ с известным (или оцененным по архиву данных) априорным распределением. Пусть $X^{(\nu)} = (X_1, \ldots, X_\nu)$ — случайная выборка с моментом остановки ν и $\delta(X^{(\nu)})$ — решающая функция некоторого критерия для различения гипотез. Проблема d-гарантийного вывода состоит в построении критерия, гарантирующего заданные ограничения $\beta_0,\ \beta_1$ на d-риски:

$$\mathbf{P}\left\{\vartheta \in \Theta_{1-i} \mid \delta(X^{(\nu)}) = d_i\right\} \leqslant \beta_i, \qquad i = 0, 1.$$

Существует универсальные способ построения d-гарантийных процедур (процедура первого перескока, см. [1]) для любой проблемы статистического вывода. При различении статистических гипотез эта процедура имеет область продолжения наблюдений $\beta_1 < \mathbf{P}\left\{\vartheta \in \Theta_0 \mid X^{(n)}\right\} < 1 - \beta_0$ с принятием нулевой гипотезы при выходе за верхнюю границу. Наши новые исследования показывают, что эта процедура обладает замкнутым моментом остановки и позволяют высказать предположение, что среднее значение момента остановки равно бесконечности. Тем не менее, как показывают результаты статистического моделирования, эта процедура обладает наибольшей вероятностью остановки на первых шагах эксперимента по сравнению с рассматриваемыми в данном сообщении d-гарантийными процедурами.

В работе [2] была построена последовательная процедура, основанная на статистике вклада, которая минимизировала среднее значение объема наблюдений в окрестности границы θ_0 различаемых гипотез $H_0 : \theta \leqslant \theta_0$ и $H_1 : \theta > \theta_0$, $\Theta \subset \mathbf{R}$. Как показывают результаты статистического моделирования эта процедура (среди известных нам) обладает минимальным априорным средним объемом наблюдений, а также средними значениями момента остановки в экспериментах, закончившихся принятием той или иной гипотезы.

В сообщении проводится анализ точности асимптотической ($\beta_0 + \beta_1 \to 0$) формулы необходимого объема выборки (НОВ) при d-гарантийном различении гипотез с фиксированным числом наблюдений [3] и асимптотической формулы НОВ в схеме стягивающихся к границе различаемых гипотез априорных распределений [1].

Сравнительный анализ указанных d-гарантийных процедур с точки зрения минимального объема наблюдений проводится методом статистического моделирования для трех байесовских моделей статистического эксперимента.

Модель N-N — нормальное (θ, σ^2) распределение наблюдаемой случайной величины ξ и нормальное (μ, τ^2) распределение ϑ.

Модель B-B — статистический эксперимент в схеме Бернулли с вероятностью успеха θ при априорном бета-распределении ϑ.

Модель E-G — показательное распределение ξ с параметром масштаба θ при априорном двухпараметрическом гамма-распределении.
Моделирование проводится в достаточно широкой области параметров априорных распределений. Результаты моделирования показывают высокую точнсть асимптотик ($\beta_0 + \beta_1 \to 0$) НОВ при обычно используемых значениях β порядка $0,05 - -0,10$. Приводятся примеры реальных ситуаций, где правомочно использование данных моделей и строятся эмпирические аналоги предлагаемых процедур на основе архива данных ранее проведенных наблюдений.

Основной нерешенной проблемой в d-гарантийном различении гипотез остается задача построения последовательного критерия с минимальным средним объемом наблюдений. Если проводить аналогию с результатами работы [2], то можно высказать предположение, что оптимальным будет сдвоенный последовательный критерий отношения вероятностей (2-ПКОВ), дающий решение проблемы Кифера–Вейсса с границами, обеспечивающими d-гарантийность. При этом граница различаемых гипотез θ_0 выступает в качестве вспомогательной (третьей) гипотезы в построении 2-ПКОВ. Представляет также несомненный интерес обобщение леммы С.В.Симушкина (вариант леммы Неймана-Пирсона для d-апостериорного подхода, см. [1]) на случай различения многих гипотез.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Володин И. Н.*, *Новиков А. А.*, *Симушкин С. В.* Гарантийный статистический контроль качества: апостериорный подход. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 1994, т. 1, в. 2, с. 1–32.
2. *Володин И. Н.*, *Новиков Ан. А.* Локальная асимптотическая эффективность последовательного критерия отношения вероятностей при d-гарантийном различении сложных гипотез. — Теория вероятн. и ее применен., 1998, т. 43, в. 2, с. 209–225.
3. *Volodin I. N.*, *Novikov An. A.* Asymptotics of the necessary sample size in testing parametric hypotheses: d-posterior approach. — Math. Meth. Statist., 1998, v. 7, № 1, p. 111–121.