А. Н. Ч у п р у н о в, И. Ф а з е к а ш (Казань, ИЭУиП, Дебрецен, Дебреценский университет). **О некотором аналоге схемы Колчина.**

Пусть $\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_N$ — независимые одинаково распределенные неотрицательные невырожденные случайные величины. Введенной В.Ф.Колчиным *обобщенной схемой размещения n частиц по N ячейкам* называются случайные величины $\eta'_1, \eta'_2, \dots, \eta'_N$, совместное распределение которых определяется формулой

$$\mathbf{P}\{\eta'_1 = k_1, \eta'_2 = k_2, \dots, \eta'_N = k_N\} = \mathbf{P}\left\{\xi_1 = k_1, \xi_2 = k_2, \dots, \xi_N = k_N \;\middle|\; \sum_{i=1}^{N} \xi_i = n\right\}.$$

В докладе мы будем рассматривать случайные величины $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N$ с совместным распределением

$$\mathbf{P}\{\eta_1 = k_1, \eta_2 = k_2, \dots, \eta_N = k_N\} = \mathbf{P}\left\{\xi_1 = k_1, \xi_2 = k_2, \dots, \xi_N = k_N \;\middle|\; \sum_{i=1}^{N} \xi_i \leqslant n\right\}. \quad (1)$$

Случайные величины $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_N$ можно рассматривать как обобщенную схему размещения не более, чем n частиц по N ячейкам. Многие распределения комбинаторной теории вероятностей (схема размещения различимых частиц по ячейкам, схема размещения неразличимых частиц по ячейкам, случайные леса, случайные перестановки) являются обобщенными схемами размещения (см. монографию В.Ф.Колчина [1]). Случайная величина $\mu_{nN} = \sum_{i=1}^{N} I_{\{\eta_i = r\}}$ является числом ячеек, которые содержат ровно r частиц в схеме размещения (1). Обозначим $p_k = \mathbf{P}\{\xi_0 = k\}$, $k = 0, 1, \dots$, $\alpha_{nN} = n/N$.

Пусть $b_0, b_1, b_2, \dots$ — такая последовательность неотрицательных чисел, что R — радиус сходимости ряда $B(\theta) = \sum_{k=0}^{\infty}(b_k \theta^k / k!)$ положителен. Мы будем рассматривать случайную величину $\xi_0 = \xi_0(\theta)$, $0 < \theta < R$, имеющую распределение

$$p_k = p_k(\theta) = \mathbf{P}\{\xi_0(\theta) = k\} = \frac{b_k \theta^k}{k! B(\theta)}, \qquad k = 0, 1, \dots \quad (2)$$

Мы будем предполагать, что распределение случайной величины $\xi_0(\theta)$ удовлетворяет условию (A1): $b_0 > 0$, $b_1 > 0$.

Случайные величины $\xi_i(\theta)$ и условие (A1) были введены в работах А. В. Колчина и В. Ф. Колчина. В этих работах получены предельные теоремы для сумм случайных величин $\xi_i(\theta)$.

Обозначим $\widetilde{m}(\theta) = \mathbf{E}\,\xi_0(\theta)$, $0 < \theta < R$.

Напомним, что случайная величина ξ удовлетворяет условию Крамера, если существует такая положительная константа H, что $\mathbf{E}\, e^{\lambda\xi} < \infty$ для всех $|\lambda| < H$.

Теорема. *Пусть* $\mathbf{E}\,\xi_0 = a < \infty$.

1) *Пусть* $\alpha > a$. *Тогда* $\lim_{n,N\to\infty,\, \alpha_{nN}\to\alpha} N^{-1}\mu_{nN} = p_r$ *почти наверное.*

2) *Предположим, что случайная величина* ξ_0 *удовлетворяет условию Крамера. Тогда* $\lim_{n,N\to\infty,\, \alpha_{nN}\to a} N^{-1}\mu_{nN} = p_r$ *почти наверное.*

3) *Пусть* $0 < \alpha < a$, *случайная величина* $\xi_0 = \xi_0(\theta)$ *имеет распределение* (2) *и условие* (A1) *выполнено. Пусть* $\theta = \widetilde{m}^{-1}(\alpha)$ *и* $0 < \theta < R$. *Тогда* $\lim_{n,N\to\infty,\, \alpha_{nN}\to\alpha} N^{-1}\mu_{nN} = p_r(\theta)$ *по вероятности.*

В докладе приведены локальные предельные теоремы для μ_{nN} и предельные теоремы для максимального количества частиц в ячейках — случайных величин $\eta_{(N)} = \max_{1\leqslant i\leqslant N} \eta_i$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Колчин В. Ф.* Случайные графы. М.: Физматлит, 2000, 256 с.