

М. Л. Николаев, Г. Ю. Софронов, Т. В. Полушина
(Йошкар-Ола, МФ МОСА; Сидней, Университет Маквори; Йошкар-Ола, МарГУ).
Моделирование остановочных множеств в задаче многократного наилучшего выбора.

В докладе рассматривается один метод моделирования остановочных множеств в задаче многократного наилучшего выбора с минимальным суммарным рангом [1]. Пусть имеется N упорядоченных по качеству объектов. В момент t можно сравнить очередной объект со всеми предыдущими, но ничего не известно о качестве остальных $N - t$ объектов. После ознакомления с a_t мы можем его либо принять (и тогда выбор одного объекта сделан), либо отвергнуть и продолжить наблюдения (тогда вернуться к отвергнутому объекту невозможно). Требуется найти оптимальную стратегию, минимизирующую суммарный ранг выбранных объектов.

В работе [1] показано, что оптимальная стратегия многократного выбора τ имеет вид: существуют такие наборы целых чисел

$$\begin{aligned} \delta^{(k)} &= (\delta_1^{(k)}, \dots, \delta_{N-k+1}^{(k)}), \quad 0 \leq \delta_1^{(k)} \leq \dots \leq \delta_{N-k}^{(k)} < \delta_{N-k+1}^{(k)} = N, \\ &\vdots \\ \delta^{(1)} &= (\delta_k^{(1)}, \dots, \delta_N^{(1)}), \quad \delta_j^{(i_1)} \leq \delta_j^{(i_2)}, \quad 1 \leq i_1 < i_2 \leq k, \quad k - i_1 + 1 \leq j \leq N - i_2 + 1, \end{aligned} \quad (1)$$

что

$$\tau_1^* = \min\{m_1: y_{m_1} \leq \delta_{m_1}^{(k)}\}, \quad \tau_i^* = \min\{m_i > m_{i-1}: y_{m_i} \leq \delta_{m_i}^{(k-i+1)}\},$$

на множестве $F_{i-1} = \{\omega: \tau_1^* = m_1, \dots, \tau_{i-1}^* = m_{i-1}\}$, $i = 2, \dots, k$, $F_0 = \Omega$.

Оптимальная стратегия, описываемая на языке остановочных множеств, имеет достаточно сложную структуру, поиск решения методом «индукции назад» является трудоемкой задачей. Будем искать остановочные множества, рассматривая задачу оптимизации $\max_{x \in \mathcal{X}} \mathbf{E} \hat{S}(x, R)$, где $\mathcal{X} = \{x = (x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(k)}): \text{условия (1) выполняются}\}$, $R = (R_1, R_2, \dots, R_N)$ — случайная перестановка чисел $1, 2, \dots, N$, $\hat{S}(x)$ — несмещенная оценка $\hat{S}(x, R)$,

$$\hat{S}(x) = \frac{1}{N_1} \sum_{n=1}^{N_1} (R_{n\tau_1} + R_{n\tau_2} + \dots + R_{n\tau_k}). \quad (2)$$

Воспользуемся известным генетическим алгоритмом [2]. В качестве вектора, кодирующего «генотип», будем использовать наборы $\delta^{(1)}, \delta^{(2)}, \dots, \delta^{(k)}$. После формирования случайной популяции вычисляется функция приспособленности (2).

Из полученного множества решений (поколения) с учетом значения приспособленности выбираются лучшие решения, к которым применяются операторы скрещивания и мутации. Результаты моделирования показали, что генетический алгоритм является менее затратным по времени, однако дает большую погрешность.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Николаев М. Л. Оптимальные правила многократной остановки. — Обозрение прикл. и промышл. математики, 1998, т. 5, в. 2, с. 309–348.
2. Goldberg D. Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning. Massachusetts: Addison–Wesley, 1989, 414 p.