ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 2,3
2012

**Ю. Л. Павлов, Е. В. Хворостянская** (Петрозаводск, ИПМИ КарНЦ РАН). **Об устойчивости дерева при пожаре в случайном лесе.**

Пусть $F_{N,n}$ — множество всех возможных лесов, состоящих из $N$ упорядоченных некорневых деревьев и $n$ помеченных вершин. Зададим на этом множестве равномерное распределение вероятностей. Рассмотрим случайный процесс распространения огня на $F_{N,n}$. Возгорание может начаться равновероятно на любом из ребер леса. Дальнейшая судьба ребра определяется случайной величиной $\tau$, имеющей распределение

$$\mathbf{P}\{\tau = 1\} = \frac{\sqrt{n}}{1+\sqrt{n}}, \quad \mathbf{P}\{\tau = 0\} = \frac{1}{1+\sqrt{n}}.$$

Если $\tau = 1$, то ребро не загорается и считается огнеупорным, в дальнейшем процессе это ребро не участвует. Это значит, что соответствующее дерево распадается на 2 поддерева. Если $\tau = 0$, то ребро загорается и вместе с ним сгорает все дерево. Далее процесс продолжается аналогичным образом и заканчивается, когда каждое ребро исходного леса либо сгорит, либо станет огнеупорным.

Вершина дерева называется *несгораемой*, если после окончания процесса все инцидентные ей ребра начального дерева огнеупорны. Обозначим $\xi$ случайную величину, равную числу несгораемых вершин первого дерева. В докладе рассматривается предельное поведение $\xi$ при $n \to \infty$. Заметим, что для случайного дерева ($N = 1$) эта задача была решена в [1]. Один из полученных нами результатов сформулирован ниже.

**Теорема.** *Пусть* $Q = (2(2/3)^{2/3}N)^{-1}$, $n, N \to \infty$ *так, что* $n/N \to \infty$. *Тогда для всех* $k$ *таких, что* $k = uQn$, $u \in (0, 1/Q)$,

$$n\,\mathbf{P}\{\xi = k\} = \frac{Q(1+O(1))}{\sqrt{2\pi uQ(1-uQ)^3}} \exp\left\{-\frac{uQ}{2(1-uQ)}\right\}.$$

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Bertoin J.* Fires on trees. — Ann Inst. Henri Poincare, 2011, ArXiV1011.2308v2 (to appear).

© Редакция журнала «ОПиПМ», 2012 г.