

Е. С. Петрова (Петрозаводск, ИПМИ КарНЦ РАН). **О предельном поведении числа деревьев заданного объема в случайном непомеченном некорневом лесе.**

Пусть $t(x)$ — производящая функция следующего вида:

$$t(x) = \sum_{k=1}^{\infty} t_k x^k,$$

где t_k — число деревьев объема k .

Установлено [1], что радиус сходимости этого степенного ряда $R = 0,3383219\dots$. Кроме того, функцию $t(x)$ можно разложить в ряд по степеням $\sqrt{R-x}$:

$$t(x) = a_0 - a_1(R-x) + a_2(R-x)^{3/2} + \dots,$$

где $a_0 = t(R) = 0,5628769\dots$, $a_1 = t'(R) = 3,4127749\dots$, $a_2 = 6,4243753\dots$

Положим $L = a_1 R / a_0 = 2,0512772\dots$

Рассматривается множество $F_{N,n}$ лесов, состоящих из N некорневых деревьев и n непомеченных вершин с равномерным распределением вероятностей на этом множестве. Для таких случайных лесов при $N, n \rightarrow \infty$ с помощью обобщенной схемы размещения [2] в работе [3] найдены предельные распределения числовой характеристики $\mu_{(r)}$, равной числу деревьев, содержащих r вершин, при условиях, что $n/N < L$ и $N(L - n/N)^3 \rightarrow \infty$. Ниже приведена теорема о $\mu_{(r)}$ в остальных случаях изменения параметров.

Обозначим $p_r = t_r R^r / a_0$.

Справедливо следующее утверждение.

Теорема 1. Пусть $u_r = (k - Np_r) / (\sqrt{Np_r(1-p_r)})$, а $N, n \rightarrow \infty$ так, что

$$(n - LN) / N^{2/3} \geq \beta > -\infty.$$

Тогда для целых неотрицательных k :

1) при фиксированном r равномерно относительно u_r в любом фиксированном конечном интервале

$$\mathbf{P}\{\mu_r = k\} = \sqrt{2\pi Np_r(1-p_r)}^{-1} e^{-u_r^2/2} (1 + o(1));$$

2) при $r \rightarrow \infty$ равномерно относительно u_r в любом фиксированном конечном интервале

$$\mathbf{P}\{\mu_r = k\} = \frac{1}{k!} (Np_r)^k \exp\{-Np_r\} (1 + o(1)).$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Харари Ф., Палмер Э. Перечисление графов. М: Мир, 1977.
2. Колчин В. Ф. Случайные графы. М: Физматлит, 2000, 256 с.
3. Берникович Е. С. О числе деревьев заданного объема в случайном непомеченном некорневом лесе. — Труды КарНЦ РАН, 2011, №5. Сер. Математическое моделирование и информационных технологии, в. 2, с. 4–9.