ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 3
2012

Г. И. Белявский, Н. В. Данилова (Ростов-на-Дону, ЮФУ).
Программная реализация расчета справедливой цены финансового обязательства для моделей с барьером и коридором с помощью метода Монте-Карло.

Целью исследования является изучение влияния конструкции винеровского процесса на точность метода Монте-Карло на примерах моделей с барьером и коридором [1, 2].

Предложим следующую конструкцию винеровского процесса. Будем обозначать $H_k = H_k(t)$, $k \geqslant 0$, функции Хаара [3], определенные на временном интервале [0,1], и пусть $S_k(t) = \int_0^t H_k(s)\,ds$ суть функции Шаудера [3]. Функции Хаара имеют вид

$$\begin{aligned} H_1(t) &\equiv 1, \quad a_{n,k} = 2^{-n}(k - 2^n - 1), \\ H_k(t) &\equiv 2^{n/2}\big(I_{[a_{n,k}, a_{n,k}+2^{-n-1}]}(t) - J_{[a_{n,k}+2^{-n-1}, a_{n,k}+2^{-n}]}(t)\big), \quad 2^n < k \leqslant 2^{n+1}, \end{aligned}$$

Положим $W_t^{(n)} = \sum_{k=1}^n \xi_k S_k(t)$, $\xi_k \sim \mathbf{N}(0,1)$. Из результатов П. Леви и З. Чисельского [4] следует, что (P -п. н.) случайные функции $(W_t^{(n)})_{0 \leqslant t \leqslant 1}$ сходятся (по t) равномерно, и их непрерывный предел является стандартным броуновским движением.

Пример 1. «Модель с барьером». Пусть начальные данные имеют вид $S_0 = 6$, $B_0 = 1$, $= 3$, $M = 7$, $N = 10$, $\overline{r}_1 = 0,3$, $\overline{r}_2 = 0,4$, $\overline{\sigma}_1 = 0,1$, $\overline{\sigma}_2 = 0,2$, $T = 1$, $t = 0$, $n = 10$, $L = 1000$.

Приведем значения справедливых цен: 1) аналитический метод [1] — 3,3624; 2) метод дискретной аппроксимации [1] — 3,3612; 3) метод Монте-Карло [1] — 3,3586; 4) метод Монте-Карло с использованием конструкции винеровского процесса с помощью функций Хаара — 3,3611.

Пример 2. «Модель с коридором». Пусть начальные данные имеют вид $S_0 = 6$, $B_0 = 1$, $K = 3$, $M_0 = 5$, $M_1 = 7$, $N = 10$, $\overline{r}_1 = 0,3$, $\overline{r}_2 = 0,4$, $\overline{\sigma}_1 = 0,1$, $\overline{\sigma}_2 = 0,2$, $T = 1$, $t = 0$, $n = 10$, $L = 1000$.

Приведем значения справедливых цен: 1) аналитический метод [2] — 3,8521; 2) метод дискретной аппроксимации [2] — 3,8581; 3) метод Монте-Карло [2] — 3,8641; 4) метод Монте-Карло с использованием конструкции винеровского процесса с помощью функций Хаара — 3,8590.

В обоих примерах видно, что справедливая цена, вычисленная с помощью способа 4, находится ближе к справедливым ценам, вычисленным с помощью способов 1 и 2, чем справедливая цена, вычисленная с помощью способа 3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Белявский Г. И.*, *Данилова Н. В.*, *Сушко С. С.* Вычисление справедливой цены финансового обязательства для дискретного и непрерывного случая, когда параметры модели (B, S)-рынка изменяются в случайный момент времени. — Изв. ВУЗов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки, 2010, № 3, с. 5–9.
2. *Данилова Н. В.* Об одной модели (B, S)-рынка со случайным изменением коэффициента тренда. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2010, т. 17, в. 5, с. 609–619.
3. *Булинский А. В.*, *Ширяев А. Н.* Теория случайных процессов. М.: Физматлит, 2005, 408 с.
4. *Ciesielski Z.* Holder conditions for realizations of Gaussian processes. — Transactions of the American Mathematical Society, 1961, v. 99, p. 403–413.