ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 2,3
2012

А. В. Волгин, **А. М. Шойтов** (Москва, ТВП). **Алгоритм различения двух моделей каналов связи с ошибками при использовании одного класса линейных кодов.**

В докладе рассматриваются задачи уточнения двух типов ошибок, возникающих в каналах связи — аддитивных помех и пропуска символов кодовых слов при блочном кодировании с помощью следующего линейного кода:

$$X = \{(x_1, \dots, x_r) \in V_r(2)\colon\ x_1 + x_k + x_r = 0\}, \quad k, r \in \mathbb{N}, \quad k < r.$$

Рассмотрим две модели канала связи ([1]). В первой модели при передаче кодовых слов возможны только искажения символов с вероятностью $(1-\delta_1)/2$, $\delta_1 > 0$. Во второй модели возможны только пропуски символов с вероятностью $(1-\delta_2)/2$, $\delta_2 > 0$. Параметры k, r, δ_1 и δ_2 считаются неизвестными.

Постановка задачи заключается в следующем: на выходе неизвестного канала связи наблюдается $m \in \mathbb{N}$ двоичных сообщениий $u^{(1)} = \{u_i^{(1)}\}_{i=1}^N, \dots, u^{(m)} = \{u_i^{(m)}\}_{i=1}^N$, каждое из которых имеет длину $N \in \mathbb{N}$. Относительно данных сообщений выдвигается одна простая статистическая гипотеза

$H_0 = \{$все сообщения являются «белым шумом»$\}$

и две сложные статистические гипотезы

$H_1 = \{$ все сообщения являются выходом канала с аддитивными помехами $\}$,

$H_2 = \{$ все сообщения являются выходом канала с пропусками символов $\}$.

В докладе предложен алгоритм, позволяющий принимать решение в пользу одной из трех статистических гипотез. Алгоритм состоит из двух этапов — установления факта использования каналов с аддитивными помехами и пропусками и уточнения одной из двух моделей каналов. Для первого и второго этапов применяются порядковые статистики.

Зафиксируем $m \in \mathbb{N}$, $m < N$. Рассмотрим множество

$$K = \{(i_t, j_t)\colon\ i_t = 1, \dots, m-1,\ j_t = 2, \dots, m,\ i_t < j_t,\ t = 1, 2, \dots, C_m^2\} \subset \mathbb{N} \times \mathbb{N}$$

мощности $M = C_m^2$. Рассмотрим случайный вектор $\mathbf{S} = (S(i_1, j_1), \dots, S(i_M, j_M))$, где

$$S(i_t, j_t) := \sum_{s=1}^{N-j_t} \frac{\mathbb{I}\{u_s^{(t)} + u_{s+i_t}^{(t)} + u_{s+j_t}^{(t)} = 0\} - 1/2}{\sqrt{(N-j_t)/4}}, \quad (i_t, j_t) \in K.$$

Из элементов вектора $\mathbf{S}$ составим вариационный ряд $S(i_{(1)}, j_{(1)}) \leqslant \dots \leqslant S(i_{(M)}, j_{(M)})$.

Для установления факта использования каналов с ошибками строится критерий согласия с гипотезой H_0 размера α, основанный на использовании статистики $S(i_{(M)}, j_{(M)})$:

$$\text{принимается гипотеза} \quad \begin{cases} H_0, & \text{если} \quad S(i_{(M)}, j_{(M)}) < c, \\ \overline{H}_0, & \text{если} \quad S(i_{(M)}, j_{(M)}) \geqslant c, \end{cases} \tag{1}$$

где
$$c = c(M,\alpha) := \frac{1}{\sqrt{2\ln M}} \ln\Big(\frac{1}{\ln(1/(1-\alpha))}\Big) + \sqrt{2\ln M}, \quad \overline{H}_0 := H_1 \cup H_2.$$

Теорема 1. *Пусть* $m^4 N^{-1/2} \ln N \to 0$ *при* $m, N \to \infty$. *Тогда*

1) *при гипотезе* H_0 *случайная величина* $(S(i_{(M)}, j_{(M)}) - \sqrt{2\ln M})\sqrt{2\ln M}$ *сходится по распределению к двойному экспоненциальному закону с функцией распределения* $e^{-e^{-x}}$, $-\infty < x < \infty$;

2) *критерий согласия* (1) *является состоятельным по отношению к обеим альтернативам* H_1 *и* H_2.

Из вариационного ряда удалим статистики $S(i_{(M)}, j_{(M)}), S(2i_{(M)}, 2j_{(M)}), \ldots,$ $S(2^d i_{(M)}, 2^d j_{(M)})$; $(2^d i_{(M)}, 2^d j_{(M)}) \in K$, $(2^{d+1} i_{(M)}, 2^{d+1} j_{(M)}) \notin K$, $d \in \mathbb{N}$. Получим вариационный ряд $S(i'_{(1)}, j'_{(1)}) \leqslant \cdots \leqslant S(i'_{(M')}, j'_{(M')})$. При гипотезе H_1 элементы вариационного ряда являются слабо зависимыми случайными величинами. Однако эмпирически удалось установить, что случайную величину $S(i'_{(M')}, j'_{(M')})$ можно рассматривать как порядковую статистику вариационного ряда из независимых случайных величин, каждая из которых имеет стандартное нормальное распределение. Для уточнения одной из двух моделей каналов с ошибками строится процедура различия гипотез H_1 против H_2, основанная на использовании статистики $S(i'_{(M')}, j'_{(M')})$:

$$\text{принимается гипотеза} \quad \begin{cases} H_1, & \text{если} \quad S(i'_{(M')}, j'_{(M')}) < c', \\ H_2, & \text{если} \quad S(i'_{(M')}, j'_{(M')}) \geqslant c', \end{cases} \tag{2}$$

где $c' = c(M', \alpha')$.

Теорема 2. *Пусть* $m^4 N^{-1/2} \ln N \to 0$ *при* $m, N \to \infty$. *Зафиксируем* $\alpha' \in (0,1)$. *Тогда* $\mathbb{P}_{H_2}\{S(i'_{(M')}, j'_{(M')}) < c'\} \to 0$ *при* $M' \to \infty$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Левенштейн В. И.* Двоичные коды с исправлением выпадений, вставок и замещений символов. — Докл. АН СССР, 1965.
2. *Дэйвид Г.* Порядковые статистики. М.: Наука, 1979.