ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 2,3

2012

М. А. Сагадеева (Челябинск, ЮУрГУ). **Устойчивость решений полулинейных уравнений соболевского типа в относительно радиальном случае.**

Пусть $\mathfrak{U}$ и $\mathfrak{F}$ — банаховы пространства; операторы $L \in \mathcal{L}(\mathfrak{U};\mathfrak{F})$ (т. е. линеен и непрерывен), $M \in Cl(\mathfrak{U};\mathfrak{F})$ (т. е. линеен, замкнут и плотно определен), $N \in C^\infty(\mathfrak{U}_\alpha;\mathfrak{F})$. Здесь $\mathfrak{U}_\alpha$ — банахово пространство, причем вложение $\mathfrak{U}_\alpha \hookrightarrow \mathfrak{U}$ плотно и непрерывно. Рассмотрим полулинейное уравнение соболевского типа

$$L\dot{u} = Mu + N(u). \tag{1}$$

Уравнения подобного вида рассматриваются во многих монографиях (см. например [1]–[2]), что говорит об их актуальности.

Пользуясь методами [3] исследуется существование и устойчивость решений задачи Коши для линейных уравнений вида

$$L\dot{u} = Mu, \tag{2}$$

а затем рассматривается вопрос устойчивости решения для полулинейного уравнения (1). Данная задача при условии (L,p)-ограниченности оператора M была рассмотрена в [4], а в работе [5] — для относительно сильно секториального случая.

Определение. Множество $\mathfrak{M}^{s(u)} = \{u_0 \in \mathfrak{M} : \|P_{1(2)}u_0\|_{\mathfrak{U}} \leqslant R_1, \|u(t,u_0)\|_{\mathfrak{U}} \leqslant R_2,\ t \in \mathbb{R}_{+(-)}\}$ такое, что

(i) $\mathfrak{M}^{s(u)}$ диффеоморфно замкнутому шару в $\mathfrak{U}_\alpha^{11(12)}$ с центром в начале координат радиуса R_1;

(ii) $\mathfrak{M}^{s(u)}$ касается $\mathfrak{U}_\alpha^{11(12)}$ в начале координат;

(iii) при любом $u_0 \in \mathfrak{M}^{s(u)}$ $\|u(t,u_0)\|_{\mathfrak{U}} \to 0$ при $t \to +\infty(-\infty)$

называется *устойчивым (неустойчивым) инвариантным многообразием уравнения* (1).

Теорема. *Пусть оператор M сильно (L,p)-радиален, существует $w > 0$, такое что $\sigma^L(M) \cap \{\mu \in \mathbb{C} : |\mu| < w\} = \emptyset$ и $\sigma^L_+(M) = \sigma^L(M) \cap \{\mu \in \mathbb{C} : \mathrm{Re}\mu > 0\}$, а оператор N таков, что $N(0) = 0$, $N'_0 = \mathbb{O}$. Тогда при некоторых R_k, $k = 1,2$, существуют устойчивое и неустойчивое инвариантные многообразия уравнения* (1). Причем, если для некоторого $u_0 \in \mathfrak{M}$ имеет место $\|P_1u_0\|_{\mathfrak{U}} \leqslant R_1$ или $\|P_2u_0\|_{\mathfrak{U}} \leqslant R_1$ и $\|u(t,u_0)\|_{\mathfrak{U}} \leqslant R_2$ при $t \to +\infty$ или при $t \to -\infty$, то $u_0 \in \mathfrak{M}^s \cup \mathfrak{M}^u$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Sidorov N.*, *Loginov B.*, *Sinithyn A.*, *Falaleev M.* Lyapunov–Shmidt method in nonlinear analysis and applications. Dordrecht–Boston–London: Kluwer Academic Publishers, 2002.

2. *Demidenko G. V.*, *Uspenskii S. V.* Partial differential equations and systems not solvable with respect to the highest–order derivative. New York–Basel–Hong Kong: Marcel Dekker, Inc., 2003.
3. *Sviridyuk G. A.*, *Fedorov V. E.* Linear Sobolev Type Equations and Degenerate Semigroups of Operators. Utrecht–Boston–K ö ln–Tokyo: VSP, 2003.
4. *Китаева О. Г.*, *Свиридюк Г. А.* Устойчивое и неустойчивое инвариантные многообразия уравнения Осколкова. — Некласс. уравн. матем. физики: Тр. семинара, посвященного 60-летию проф. В. Н. Врагова. Новосибирск, Ин-т математики им. С. Л. Соболева СО РАН, 2005, с. 161–166.
5. *Загребина С. А.*, *Якупов М. М.* Существование и устойчивость решений одного класса полулинейных уравнений соболевского типа. — Вестник ЮУрГУ. Сер. Матем. моделир. и программ. Челябинск, 2008, в. 2, с. 10–18.