ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 2,3
2012

Т. Г. С у к а ч е в а (Великий Новгород, НовГУ). **Об одной обобщенной линеаризованной модели термоконвекции несжимаемой вязкоупругой жидкости Кельвина–Фойгта.**

Система уравнений

$$
\begin{aligned}
&(1-\lambda\nabla^2)\mathbf{v}_t = \nu\nabla^2\mathbf{v} - (\widetilde{\mathbf{v}}\,\nabla)\mathbf{v} - (\mathbf{v}\,\nabla)\widetilde{\mathbf{v}} + \sum_{m=1}^{M}\sum_{q=0}^{n_m-1} A_{m,q}\nabla^2\mathbf{w}_{m,q} \\
&\qquad -g\,\gamma\,\theta - \mathbf{p} + \mathbf{f}, \quad 0 = \nabla(\nabla\,\mathbf{v}), \quad \theta_t = \varkappa\nabla^2\theta - \mathbf{v}\nabla\theta + \mathbf{v}\,\gamma, \\
&\frac{\partial\mathbf{w}_{m,0}}{\partial t} = \mathbf{v} + \alpha_m\mathbf{w}_{m,0}, \qquad \alpha_m \in \mathbf{R}_-, \quad m = 1,2,\ldots,M, \\
&\frac{\partial\mathbf{w}_{m,q}}{\partial t} = q\mathbf{w}_{m,p-1} + \alpha_m\mathbf{w}_{m,q}, \qquad q = 1,2,\ldots,n_m-1,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

получена на основе линеаризованной системы Осколкова ненулевого порядка [1] и приближенного уравнения теплопроводности, моделирующего термоконвекцию несжимаемой вязкоупругой жидкости. Она моделирует эволюцию скорости $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \ldots, v_n)$, $v_i = v_i(x,t)$, градиента давления $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \ldots, p_n)$, $p_i = p_i(x,t)$, и температуры $\theta = \theta(x,t)$ несжимаемой вязкоупругой жидкости Кельвина–Фойгта высшего порядка K ($K = n_1 + n_2 + \cdots + n_M$). Параметры $\lambda \in \mathbf{R}$, $\nu \in \mathbf{R}_+$ и $\varkappa \in \mathbf{R}_+$ характеризуют упругость, вязкость и теплопроводность жидкости соответственно, $g \in \mathbf{R}_+$ — ускорение свободного падения, $\gamma = (0,\ldots,0,1)$ — орт в $\mathbf{R}^n$. Параметры $A_{m,q} \in \mathbf{R}_+$ определяют время ретардации (запаздывания) давления. Свободный член $\mathbf{f} = (f_1, f_2, \ldots, f_n)$, $f_i = f_i(x,t)$, отвечает внешнему воздействию на жидкость, а вектор-функция $\widetilde{\mathbf{v}} = (\widetilde{v}_1, \widetilde{v}_2, \ldots, \widetilde{v}_n)$, $\widetilde{v}_k = \widetilde{v}_k(x)$, соответствует стационарному решению исходной системы.

Рассмотрим для системы (1) разрешимость первой начально-краевой задачи

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{v}(x,0) = \mathbf{v}_0(x), \quad \mathbf{w}_{m,q}(x,0) = \mathbf{w}^0_{m,q}(x), \quad \theta(x,0) = \theta_0(x), \quad \forall x \in \Omega, \\
&\mathbf{v}(x,t) = 0, \quad \mathbf{w}_{m,q}(x,t) = 0, \quad \theta(x,t) = 0, \quad \forall (x,t) \in \partial\Omega \times \mathbf{R}_+, \\
&m = 1,2\ldots,M, \quad q = 0,1,\ldots,n_m-1.
\end{aligned}
$$

Здесь $\Omega \subset \mathbf{R}^n$ — ограниченная область с границей $\partial\Omega$ класса C^∞.

Нашей целью является изучение разрешимости указанной задачи при нестационарном свободном члене $\mathbf{f} = \mathbf{f}(x,t)$. Эту задачу мы исследуем в рамках теории полулинейных неавтономных уравнений соболевского типа [2]. Основным инстументом исследования является понятие относительно p-секториального оператора и порожденной им разрешающей вырожденной полугруппы операторов [3]. Доказана теорема о существовании единственного решения указанной задачи и получено описание ее расширенного фазового пространства. В работе, представленной данным докладом, получены результаты, обобщающие результаты автора [4] для линеаризованной модели Осколкова ненулевого порядка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Осколков А. П.* Начально-краевые задачи для уравнений движения жидкостей Кельвина–Фойгта и жидкостей Олдройта. — Труды матем. ин-та АН СССР, 1988, № 179, с. 126–164.
2. *Сукачева Т. Г.* Исследование математических моделей несжимаемых вязкоупругих жидкостей. Диссертация на соискание ученой степени д-ра физ.-мат. наук. Великий Новгород: НовГУ, 2004, 249 с.
3. *Sviridyuk G. A.*, *Fedorov V. E.* Sobolev type equations and degenerate semigroups of operators. Utrecht-Boston: VSP, 2003, 179 p.
4. *Сукачева Т. Г.* Задача термоконвекции для линеаризованной модели несжимаемой вязкоупругой жидкости ненулевого порядка. — Вестник ЮУрГУ. Сер. матем. моделирование и программирование, 2011, № 37 (254), в 10, с. 40-53.