ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 3
2012

О. В. Лукашенко, Е. В. Морозов (Петрозаводск, ИПМИ КарНЦ РАН). **Асимптотики гауссовских очередей.**

Рассматривается асимптотическое поведение максимума процесса нагрузки в жидкостной системе обслуживания, на вход которой поступает процесс, содержащий случайную компоненту, описываемую центрированным гауссовским процессом. Предполагается, что дисперсия этого процесса является правильно меняющейся на бесконечности функцией с показателем в интервале $(0,2)$.

Максимум процесса загрузки на конечном интервале $[0,t]$ является важной характеристикой систем обслуживания. Для этой характеристики в работах [1, 2] найдены асимптотики (при $t\to\infty$) для случая единственного входного дробного броуновского движения (ДБД). В данном докладе рассматривается система с входным потоком, представляющим собой гауссовский процесс со стационарными приращениями, дисперсия которого принадлежит к классу *правильно меняющихся на бесконечности функций.*

Пусть $X=\{X(t)\,,\ t\geqslant 0\}$ — такой стохастический центрированный гауссовский процесс со стационарными приращениями, что $X(0)=0$. Обозначим $v(t)$ его дисперсию. Основное предположение здесь состоит в том, что функция $v(t)$ *правильно меняется на бесконечности с индексом* $0<V<2$, а, значит, удовлетворяет условию $v(t)=t^V L(t)$, где $L(t)$ — медленно меняющаяся на бесконечности функция. Обозначим $\beta=1/(2-V)$, а также выберем и зафиксируем любое $\varepsilon\in(0,2-V)$. Будем далее считать, что функция $L(t)$ является дважды дифференцируемой на $\mathbf{R}_+$. (Вообще говоря, достаточно, чтобы это условие было выполнено на сколь угодно удаленном от начала координат луче $[a,\infty)$, $a>0$.) Кроме того, предположим, что также выполнены следующие условия (при $t\to\infty$):

$$L(tL^\beta(t))\sim L(t),\quad L''(t)=o\,(t^{-V-\varepsilon}). \tag{1}$$

Далее обозначим $W(t)=\sigma X(t)-rt$, где $r>0$, $Q(t)$ — величина нагрузки (незавершенная работа) в момент времени t. Если $Q(0)=0$, то для $Q(t)$ справедливо выражение $Q(t)=\sup_{0\leqslant s\leqslant t}(W(t)-W(s))$. Кроме того, в работе [3] показано существование стационарного процесса загрузки $Q^*(t)$.

Обозначим $M(t)=\max_{0\leqslant s\leqslant t}Q(s)$, $M^*(t)=\max_{0\leqslant s\leqslant t}Q^*(s)$; $M^*(t)$ есть максимум стационарного процесса нагрузки Q^*, а $M(t)$ — максимум исходного (нестационарного) процесса нагрузки на интервале $[0,t]$. Далее мы будем изучать асимптотическое (при $t\to\infty$) поведение этих максимумов.

Основной результат. Для удобства обозначим далее $\gamma(t)=L[(\ln t)^\beta]\ln t$, $\theta=2\sigma^{-2}(2-V)^{V-2}(r/V)^V$.

Теорема. *Пусть выполнены условия* (1). *Тогда при* $t\to\infty$

$$\frac{M^*(t)}{\gamma^\beta(t)}\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{\theta}\right)^\beta,\quad \frac{M(t)}{\gamma^\beta(t)}\ \Rightarrow\ \left(\frac{1}{\theta}\right)^\beta,$$

где знак $\Rightarrow$ *означает сходимость по вероятности.*

Работа поддержана РФФИ, проект № 10-07-00017.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Hüsler J.*, *Piterbarg V. I.* Limit theorem for maximum of the storage process with fractional Brownian as input. — Stochastic Processes and their Applications, 2004, v. 114, p. 231–250.
2. *Zeevi A.*, *Glynn P.* On the maximum workload in a queue fed by fractional Brownian motion. — Ann. Appl. Probab., 2000, 10, p. 1084–1099.
3. *Konstantopoulos T.*, *Zazanis M.*, *De Veciana G.* Conservation laws and reflection mappings with application to multiclass mean value analysis for stochastic fluid queues. — Stochastic Processes and their Applications, 1996, 65, p. 139–146.