

В. Н. Колдежнов (Воронеж, ВГУИТ). **Реологическая модель ньютоновской жидкости, которая учитывает эффект «отвердевания».**

Как показывают многие экспериментальные данные, например, приведенные в [1] и ряде других работ, некоторые суспензии на основе полимерных частиц обладают аномальными реологическими свойствами. Эти экспериментальные данные указывают на то, что для одномерных течений таких жидкостей зависимость вязкости от скорости сдвига имеет два участка. На первом участке вязкость снижается до некоторого минимального значения, а на втором – возрастает. При этом приближение скорости сдвига к некоторому максимальному по модулю значению приводит к резкому увеличению крутизны кривой течения, что может быть интерпретировано как проявление эффекта «отвердевания».

Для описания поведения жидкостей такого рода предлагается следующая реологическая модель:

$$\begin{aligned} \tau_{ij} &= -P \delta_{ij} + 2\mu(I_2)\varepsilon_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3, \\ I_2 &= \varepsilon_{11}\varepsilon_{22} + \varepsilon_{22}\varepsilon_{33} + \varepsilon_{33}\varepsilon_{11} - \varepsilon_{12}^2 - \varepsilon_{23}^2 - \varepsilon_{31}^2, \\ \mu(I_2) &= \begin{cases} \mu_1(I_2), & |I_2| \leq I_{2,\text{crit}1}, \\ \mu_2(I_2), & I_{2,\text{crit}1} \leq |I_2| \leq I_{2,\text{crit}2}, \end{cases} \quad \mu_1(I_2) = K_1(2\sqrt{|I_2|})^{n_1-1}, \\ \mu_2(I_2) &= \frac{K_1 2^{n_1-1} I_{2,\text{crit}1}^{n_1/2}}{|I_2|^{1/2}} \left[1 + K_2 \left(1 - \left(\frac{I_{2,\text{crit}2}^{1/2} - |I_2|^{1/2}}{I_{2,\text{crit}2}^{1/2} - I_{2,\text{crit}1}^{1/2}} \right)^{n_2} \right) \right], \\ K_2 &= \frac{\tau_{\text{crit}2}}{K_1(2\sqrt{I_{2,\text{crit}1}})^{n_1}}, \quad n_2 = \frac{n_1 K_1 2^{n_1} (I_{2,\text{crit}2}^{1/2} - I_{2,\text{crit}1}^{1/2}) I_{2,\text{crit}1}^{(n_1-1)/2}}{\tau_{\text{crit}2} - K_1(2\sqrt{I_{2,\text{crit}1}})^{n_1}}, \end{aligned} \quad (1)$$

$$0 < n_1 < 1, \quad 0 < n_2 < 1, \quad I_{2,\text{crit}2} > I_{2,\text{crit}1},$$

где $\tau_{ij}, \varepsilon_{ij}$ — компоненты тензоров напряжений и скоростей деформаций, соответственно, P — давление, δ_{ij} — символ Кронекера, $\mu(I_2)$ — функция второго инварианта I_2 тензора скоростей деформаций, $K_1, \tau_{\text{crit}2}, I_{2,\text{crit}1}, I_{2,\text{crit}2}, n_1$ — эмпирические константы модели.

Как следует из (1), функция $\mu(I_2)$ имеет две ветви, которые с учетом (2) «сшиваются» непрерывно дифференцируемым образом в точке $|I_2| = I_{2,\text{crit}1}$. Если не учитывать соотношения (2) и принимать показатель степени n_2 в качестве еще одной независимой реологической константы, то функция $\mu(I_2)$, оставаясь непрерывной, будет иметь «излом» в точке сопряжения $|I_2| = I_{2,\text{crit}1}$ отдельных ветвей.

Отличительной особенностью этой модели является то, что для одномерных течений крутизна графика зависимости касательного напряжения τ от скорости сдвига $|\dot{\gamma}| = 2|I_2|^{1/2}$ неограниченно возрастает по мере приближения модуля второго инварианта $|I_2|$ тензора скоростей деформаций к некоторому критическому, но конечному значению $I_{2,\text{crit}2}$:

$$\lim_{|I_2| \rightarrow I_{2,\text{crit}2}} \frac{d|\tau|}{d|\dot{\gamma}|} = \infty. \quad (3)$$

Результат (3) позволяет интерпретировать поведение рассматриваемой жидкости с точки зрения проявления эффекта «отвердевания». Что же касается напряжения τ , то оно при $|I_2| \rightarrow I_{2,\text{crit}2}$ принимает по модулю некоторое предельное и конечное значение $\tau_{\text{crit}2}$.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 12-08-00629.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Lee Y. S., Wagner N. J.* Rheological Properties and Small-Angle Neutron Scattering of Shear Thickening, Nanoparticle Dispersion at High Shear Rates. — *Ind. Eng. Chem. Res.*, 2006, v. 45, № 21, p. 7015-7024.