

Ю. Г. А г а л а к о в (Москва, НИИ АА). **Оценивание вероятностей редких событий по результатам имитационных экспериментов.**

Вычислительные эксперименты с имитационными моделями вычислительных сетей проводятся для определения вероятностно-временных и надежностных характеристик сетей, в том числе для проверки того, удовлетворяет ли сеть заданным требованиям на вероятность недоведения информации за заданное время. Если вероятность события, заключающегося в недоведении сообщения за заданное время, должна быть малой, и сеть удовлетворяет этому требованию, то рассматриваемое событие является редким событием, которое может просто не осуществиться в процессе моделирования.

Будем считать что время доведения сообщения T является случайным, и требование к сети заключается в выполнении соотношения

$$P(T_{\text{крит}}) \equiv \mathbf{P}\{T \geq T_{\text{крит}}\} \leq P_{\text{крит}}, \quad (1)$$

в котором вероятность $P_{\text{крит}}$ является малой, а $T_{\text{крит}}$ — заданный известный параметр.

В результате вычислительных экспериментов с имитационной моделью сети собирается статистика T_1, T_2, \dots, T_N времен доставки сообщений. Будем предполагать, что эти времена доведения являются независимыми, выполнимость этого предположения в имитационных экспериментах всегда можно обеспечить за счет специальной селекции сообщений в сети, времена доведения которых фиксируются в собираемой статистике. В классической схеме Бернулли вероятность $P(T_{\text{крит}})$ оценивается частотой наступления события $\{T \geq T_{\text{крит}}\}$, и эта оценка может иметь очень высокую относительную ошибку (коэффициент вариации) [1]; построены также доверительные интервалы для $P(T_{\text{крит}})$, основанные на квантилях Бета-распределения. Задача построения доверительного интервала для $P(T_{\text{крит}})$ в ситуации, когда событие $\{T \geq T_{\text{крит}}\}$ не разу не осуществилось, исследована в работе [2]. Несмещенные оценки для $P(T_{\text{крит}})$, имеющие ограниченный коэффициент вариации при $P(T_{\text{крит}}) \rightarrow 0$, а также доверительные интервалы для $P(T_{\text{крит}})$ построены в [1] для отрицательно-биномиальной схемы, в которой эксперименты прекращаются после осуществления ровно m событий $\{T \geq T_{\text{крит}}\}$, здесь m — параметр схемы.

В исходной прикладной задаче речь идет фактически о проверке гипотезы (1) о том, что вероятность $P(T_{\text{крит}})$ редкого события не превышает заданного числа $P_{\text{крит}}$, и задан уровень значимости $(1 - P_{\text{дов}})$ для проверки этой гипотезы. В докладе предложена комбинированная схема проведения имитационных экспериментов для проверки выполнения условий (1), основанная на синергии биномиальной отрицательно-биномиальной схем [1] и метода оценки вероятностей 0-событий [2]. Приведем некоторые полученные результаты.

1. Для возможности проверки выполнения условия (1) с заданной доверительной вероятностью $P_{\text{дов}}$ необходимо провести не менее

$$N_{\text{крит}} = \left\lceil -\log(1 - P_{\text{дов}}) \left(\frac{1}{P_{\text{крит}}} + \frac{1}{2} \right) \right\rceil$$

испытаний. При $N = N_{\text{крит}}$ условие (1) можно считать выполненным с заданной доверительной вероятностью $P_{\text{дов}}$, если все N переданных сообщений были доведены за время, не превышающее $T_{\text{крит}}$.

2. Задается максимальное число N_{max} экспериментов, которое исследователь считает возможным провести. Это число должно удовлетворять условию $N_{\text{max}} \geq N_{\text{крит}}$, в противном случае необходимо либо увеличить число N_{max} до $N_{\text{крит}}$, либо уменьшить доверительную вероятность $P_{\text{дов}}$ до величины $(1 - \exp\{-N_{\text{max}}P_{\text{крит}}\})$.

3. При $N_{\text{max}} \geq N_{\text{крит}}$ в явном виде определяются числа $m(N_{\text{max}})$ и $Y_{\text{крит}}$, проводится $(Y_{\text{крит}} + m(N_{\text{max}}) - 1)$ испытаний, и условие (1) считается выполненным с заданной доверительной вероятностью $P_{\text{дов}}$, если в процессе испытаний не более $(m(N_{\text{max}}) - 1)$ из переданных сообщений были доведены за время, превышающее $T_{\text{крит}}$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Большев Л. Н.* Об оценках вероятностей. — Теория вероятн. и ее примен., 1960, т. V, в. 4, с. 453-457.
2. *Гуров С. И.* Оценка вероятности 0-события. — Вестник Тверского гос. ун-та, сер. прикл. матем., 2009, в. 14, с. 55-66.