**ОБОЗРЕНИЕ**
**ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ**
**Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4**
**2012**

**Т. А. Ласковая, К. К. Рыбников, О. К. Чернобровина** (Москва, МГТУ, Мытищи, МГУЛ). **К истории возникновения полиэдральных математических моделей как базы формирования элементов формальных нейросистем.**

Попытки анализа организации нервной системы на базе исследования системы ее автономных единиц, так называемых нейронов, были предприняты в конце XIX века Гисом и Форелем (1886–1887 гг.), а также Вальдейром, который не только первым ввел термин «нейрон», но и высказал некоторые идеи формализации при описании функционирования этой автономной единицы.

Труды испанского нейрогистолога Рамона-и-Кахаля и его учеников подтвердили справедливость этих идей, а также дали возможность сформулировать формальную задачу функционирования биологического нейрона. Эта задача была определена как суммирование его входных импульсов (сигналов дендритов). В зависимости от значения этой суммы вырабатывается выходной сигнал, который поступает к другим нейронам или непосредственно к рабочим биологическим органам [1].

Однако только в 1943 г. Мак-Каллоком и Питтсом на основании исследований нейрогистологов была предложена простая математическая модель нейрона, получившая название «формальный нейрон» [2]. Структура этой модели определяется функцией

$$y = f(g) = f\left(\sum_{i=1}^{n} a_i x_i + a_0\right), \tag{1}$$

где $y$ — выходной сигнал нейрона, $f(g)$ — функция выходного блока нейрона, $a_i$ — постоянный коэффициент, вес $i$-го входного импульса, $x_i$ — $i$-й входной импульс, $a_0$ — начальное состояние нейрона, $i = 1, 2, \ldots, n$ — номера входных импульсов, $n$ — число входных импульсов.

Функции выходного блока могут иметь разный вид (экспоненциальные, сигмоидальные, синусоидальные и т.д.) [1], например,

$$f(g) = \begin{cases} b, & \text{если} \quad g < d, \\ c, & \text{если} \quad g \geqslant d, \end{cases} \tag{2}$$

где $b$ и $c$ — постоянные (как правило, $b = 1$, $c = 0$, именно этот случай рассматривается авторами).

История развития методов анализа функционирования формальных нейронов и их комплексов (каскадов и персептронов [1, 3]) показывает, что несмотря на периоды активных исследований нейросистем («Первый бионический бум» (1950–1960 гг.) — работы Дж. фон Неймана, Ф. Розенблата и др. и «Второй бионический бум» — работы Дж. Дж. Хопфилда, Т. Кохонена и др. (середина 1980-х гг.) [3]), в основном эти методы сводились к созданию алгоритмов обучения нейросистем для решения задач распознавания образов.

Результатов, связанных с созданием полиэдральных моделей (по мнению авторов, наиболее естественных в силу полиэдральной структуры формального нейрона (1)), немного (см., например, работы В. Г. и Н. В. Никоновых, Т. А. Ласковой и авторов настоящей статьи [4–6]). Приведем их краткий перечень, сопровождая его анализом перспектив развития.

**1. Задача настройки формального нейрона для распознавания двух векторных массивов $X$ и $Y$ по их адресной части [4–7]**: определить коэффициенты $a_i$, $i = 0, 1, \ldots, n$, как решение системы линейных неравенств

$$\begin{gathered}
\sum_{j=1}^{n} a_j x_j^{(k)} + a_0 < d, \quad k = 1, 2, \ldots, t_1, \\
\sum_{j=1}^{n} a_j y_j^{(i)} + a_0 \geqslant d, \quad i = 1, 2, \ldots, t_2, \\
\widetilde{X} = \{(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \ldots, x_n^{(k)})\}, \quad \widetilde{Y} = \{(y_1^{(i)}, y_2^{(i)}, \ldots, y_n^{(i)})\},
\end{gathered} \tag{3}$$

где $\widetilde{X}$ и $\widetilde{Y}$ — адресные части массивов $X$ и $Y$.

В случае, когда система (3) несовместна, возможно применение приближенного метода решения системы, основанного на определении ее чебышевской точки [5].

Заметим, что специальный выбор $\widetilde{X}$ и $\widetilde{Y}$ позволяет построить целочисленный выпуклый многогранник, соответствующий (3), а также многогранник с малым числом вершин [7].

**2. Задачи моделирования множества решений булева уравнения системой формальных нейронов, выходные параметры которых являются входными параметрами одного формального нейрона.**

В работе авторов [4] приведен метод моделирования универсального узла электрической схемы, соответствующего булевому уравнению, комплексом формальных нейронов. Таким образом, электронные схемы этого типа, вообще говоря, могут быть эквивалентно описаны нейрокомплексом.

**3. Построение по выпуклым многогранникам специального вида соответствующих формальных нейронов.** Как следует из результатов [4–7], выбрав выпуклый многогранник $M(A, b) = \{x \,|\, Ax \leqslant b,\ x \geqslant 0\}$, где $A$ — матрица размера $m \times n$, $b = (b_1, b_2, \ldots, b_m)^T$, $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n)^T$ $x_i \geqslant 0$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$, мы можем по нему построить булево уравнение, множество $G$ решений которого совпадает с множеством (0,1)-точек $M(A, b)$. Особый интерес при этом вызывают целочисленные многогранники, множество вершин которых эквивалентно множеству $G$ [7].

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ


1. *Колесниченко К. В.*, *Колесниченко И. П.* Математическая модель нейрона. — Лестной вестник, 2005, № 4, с. 107–117.
2. *Мак-Каллок У. С.яз Питтс У.* Логическое исчисление идей, относящихся к нервной деятельности. — В сб.: Автоматы./ Ред. К. Э. Шеннона и Дж. Маккарти. М.: ИЛ, 1956, с. 362–384.
3. *Редько В. Г.* Эволюция. Нейронные сети. Интеллект: модели и концепции эволюционной кибернетики. М.: КомКнига, 224 с.
4. *Ласковая Т. А.*, *Рыбников К. К.*, *Чернобровина О. К.* О реализации универсальных двоичных узлов преобразования электронных схем комплексом формальных нейронов с пороговой функцией активации. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2011, т. 18, в. 2, с. 295–297.
5. *Рыбников К. К.* Приближенные методы настройки формального нейрона для решения задачи распознавания двух векторных массивов. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2009, т. 16, в. 2, с. 380–382.

6. *Рыбников К. К.*, *Чернобровина О. К.* Полиэдральный подход к анализу некоторых узлов преобразований электронных схем. Целочисленные многогранники. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2010, т. 17, в. 4, с. 586–587.
7. *Никонов В. Г.*, *Рыбников К. К.* Применение полиэдральных методов в прикладных математических задачах, сводящихся к анализу и решению систем линейных неравенств. — Вестник МГУ леса, Лесной вестник, 2003, № 1 (26), с. 81–84.