ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4
2012

И. К. Коханенко, **В. А. Москаев**, **И. Л. Пищик** (Ростов-на-Дону, РИСИНТ, ЮФУ, Воронеж, ВУНЦ ВВС). **Метод фрактальной оценки времени разладки прогноза.**

Обычно под временем разладки процесса понимают момент изменения его вероятностных характеристик. В данной работе, где процесс описывается уравнением регрессии, под *разладкой прогноза* естественно понимать смену этого уравнения, что не противоречит общепринятому пониманию термина разладки как изменения вероятностных характеристик. И, как показано в работах [1, 2], такая смена в случае фракталов эквивалентна потере свойства персистентности (трендоустойчивости). Часто используемый сценарный прогноз приводит к численным результатам, которые могут быть использованы для построения уравнения регрессии. Уравнения регрессии, как правило, содержат в правой части аддитивные остаточные слагаемые — отклонение модельных данных от фактических. Именно этот остаток определяет прогнозные свойства модели регрессии. При изучении кривой регрессии достаточно информативными являются как интенсивности потока остатков, так и характеристики границ потока остатков — контуров, которые не всегда совпадают с границами физически выделенных остатков. Кластеры постоянной интенсивности λ_j можно считать инвариантами относительно изменений законов распределения ошибок измерений, их параметров, порядка уравнения регрессии и базой для изучения прогнозных свойств регрессии. Каждый кластер характеризуется средней интенсивностью, которая принимается постоянной в нем.

Теорема. *Пусть вероятность* $p = p(n(\lambda_j) \to n(\lambda_j) + 1, \Delta t)$ *увеличения числа постоянных интенсивностей на единицу в кластере* j *за время* Δt *пропорциональна числу кластеров* $n(\lambda_j)$ *с коэффициентом пропорциональности* β: $p \sim \beta n(\lambda_j)\Delta t$, *т. е. соответствует модели процесса Юла* [3], *а время* t *процесса Юла конечно и случайно с уравнением для плотности* $\partial f/\partial t = af$ [4]. *Тогда вероятность числа постоянных интенсивностей* (*доля постоянных определенных интенсивностей в* j*-м кластере*) *имеет вид распределения Ципфа–Парето* $p(n_j) = A_1/n_j^{d1}$, $d1$ — *фрактальная размерность*, $d1 = 1 + a/\beta$, $A_1 = (d1-1)\Gamma(d1)$.

Доказательство. Для процесса Юла справедливо выражение распределения вероятности Юла–Фарри [3]: $p_n(n) = e^{-\beta t}(1-e^{-\beta t})^{n-1}$, $n \geqslant 1$. Поэтому при усреднении во времени распределения Юла-Фарри с учетом указанной в теореме плотности распределения времени, и использовании формулы Стирлинга вероятность числа постоянных интенсивностей (доля постоянных определенных интенсивностей) в j-м кластере асимптотически $(n \to \infty)$ сходится к распределению Ципфа-Парето.

Следствие. *Из указанного уравнения для плотности* $\partial f/\partial t = af$ *следует экспоненциальное распределение времени с параметром* a, *т. е. математическое ожидание времени процесса Юла и его среднее квадратическое отклонение равны* $1/a$. *Содержательно время процесса Юла при выполнении критерия персистентности* [2] *есть ожидаемое время изменения числа постоянных интенсивностей в некото-*

ром кластере, т. е. это интервал (цикл) персистентности для фрактального неброуновского поведения [2], *определяющий время разладки прогноза — время, после которого прогноз нельзя считать достоверным.*

Последнее может быть полезным при оценке корректности сценарного прогноза. Если время сценарного прогноза больше времени разладки, полученного для соответствующего уравнения регрессии, то в таком сценарном прогнозе следует усомниться. В статье [5] приведены результаты сценарного вероятностного подхода к прогнозу численности населения России. Ожидаемые значения циклов персистентности, оцененные по приведенной здесь теореме, оказались существенно меньше заявленного горизонта прогноза до 2050 г. Это значит, что результаты анализа сценариев привели к количественным оценкам, коррелированность между которыми исчезает через достаточно малый промежуток времени, и, следовательно, их лучше не использовать для долговременного прогноза до 2050 г. и далее. Данное сообщение можно рассматривать как развитие непараметрических методов решения задач разладки.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kochanenko I.* Fractal Characteristics of Forcast Properties of Non-linear Regress. — In: Lecture Notes in Information Technology, Journal of Information Engineering Research Institute, USA, 2012, v. 13, p. 192–195.
2. *Коханенко И. К.*, *Москаев В. А.*, *Пищик И. Л.* Критерий стабильности кривой регрессии для неброуновского фрактального движения. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2012, т. 19, в. 3.
3. *Баруча-Рид А. Т.* Элементы теории марковских процессов и их приложения. М.: Наука, 1969.
4. *Коханенко И. К.* Фрактальная размерность как критерий системной устойчивости. — Изв. РАН. Теория и системы управления, 2003, № 2.
5. *Никитина С. Ю.*, *Щербов С. Я.* Вероятностный прогноз численности населения России. — Вопросы статистики, 2007, № 7.