

Т. Г. С у к а ч е в а (Великий Новгород, НовГУ). **Фазовые пространства моделей Осколкова.**

Система уравнений Осколкова

$$(1 - \alpha \nabla^2) v_t = \nu \nabla^2 v - (v \nabla) v - \nabla p + f, \quad 0 = \nabla v \quad (1)$$

моделирует динамику несжимаемой вязкоупругой жидкости Кельвина–Фойгта нулевого порядка [1]. Эта жидкость есть простейшая из неньютоновских жидкостей, систематическое исследование которых было начато А. П. Осколковым. Функция $v = (v_1, v_2, \dots, v_n)$, $v_i = v_i(x, t)$, $x \in \mathbf{R}^n$, отвечает скорости жидкости, а функция $p = p(x, t)$ отвечает давлению. Функция $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)$, $f_i = f_i(x, t)$, характеризует внешнее воздействие, которое предполагается известным. Вещественные параметры α и ν характеризуют упругие и вязкие свойства жидкости соответственно. Известно, что $\nu > 0$. Что касается α , то экспериментальные данные и теоретические исследования свидетельствуют в пользу принципиальной неограниченности области определения этого параметра. А. П. Осколков исследовал разрешимость первой начально-краевой задачи для системы (1) в цилиндре $\Omega \times [0, T]$ ($\Omega \subset \mathbf{R}^n$ ($n = 2, 3, 4$) — ограниченная область с границей $\partial\Omega$ класса C^∞) при $\alpha^{-1} > -\lambda_1$, где λ_1 — наименьшее собственное значение спектральной задачи $-\nabla^2 v + \nabla p = \lambda v$ в Ω ; $v = 0$ на $\partial\Omega$.

Рассмотрим задачу Коши–Дирихле для системы (1)

$$v(x, 0) = v_0(x) \quad \forall x \in \Omega, \quad v(x, t) = 0 \quad \forall (x, t) \in \partial\Omega \times \mathbf{R}. \quad (2)$$

Чтобы избежать вопроса о том, как несжимаемая жидкость может быть упругой, систему (1) рассматривают как предельный (при $\varepsilon \downarrow 0$) случай системы

$$(1 - \alpha \nabla^2) v_t = \nu \nabla^2 v - (v \nabla) v - \nabla p + f, \quad \varepsilon p_t = -\nabla v, \quad (3)$$

моделирующей динамику слабосжимаемой вязкоупругой жидкости типа Кельвина–Фойгта. Сделав в (3) замену $\bar{p} = \nabla p$ и положив $\varepsilon = 0$, мы придем к системе

$$(1 - \alpha \nabla^2) v_t = \nu \nabla^2 v - (v \nabla) v - \bar{p} + f, \quad 0 = -\nabla(\nabla v). \quad (4)$$

Несмотря на то, что оператор ∇ имеет ядро, натянутое на константу, мы не получим в задаче (4), (2) новых решений по сравнению с задачей (1), (2) благодаря краевому условию (2). Это легко следует из теоремы Гаусса–Остроградского.

Нас будет интересовать разрешимость задачи (2), (4) при любых действительных значениях параметра α . Эта задача рассматривается в рамках теории неавтономных уравнений соболевского типа [2] на основе концепции фазового пространства, предложенной проф. Г. А. Свиридюком [3]. Доказана теорема существования единственного решения задачи (2), (4) и описано ее расширенное фазовое пространство. В докладе будут продемонстрированы и более сложные модели Осколкова ненулевого порядка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Осколков А. П.* Начально-краевые задачи для уравнений движения жидкостей Кельвина–Фойгта и жидкостей Олдройта. — Труды МИ АН СССР, 1988, № 179, с. 126–164.
2. *Сукачева Т. Г.* Исследование математических моделей несжимаемых вязкоупругих жидкостей. Дисс. на соискание уч. ст. д-ра. физ.-матем. наук. Великий Новгород: НовГУ, 2004, 249 с.
3. *Sviridyuk G. A., Fedorov V. E.* Sobolev type equations and degenerate semigroups of operators. Utrecht-Boston: VSP, 2003, 179 p.