

Ю. А. С а м о х и н (Нижний Новгород, НГТУ). **Оптимальная оценка фильтрации случайного процесса, порождаемого регрессионным уравнением.**

Рассматривается [1] частично наблюдаемый временной ряд $\{x_t, y_t\}$, $t = 0, 1, 2, \dots, T$, в котором «ненаблюдаемая» компонента $x = \{x_t, t \leq T\}$ порождается линейным регрессионным уравнением [2]:

$$x_t + a_1(t)x_{t-1} + a_2(t)x_{t-2} + \dots + a_p(t)x_{t-p} = b_0(t)w_t + b_1(t)w_{t-1} + \dots + b_p(t)w_{t-p}, \quad (1)$$

а «наблюдаемый» процесс $y = \{y_t, t \leq T\}$ имеет вид

$$y_t = C_t x_t + v_t. \quad (2)$$

В уравнении (1) $a_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, p$) — $(n \times n)$ -матрицы, $b_j(t)$ ($j = 1, 2, \dots, p$) — $(n \times m)$ -матрицы. В (2) $\{C_t\}$ — последовательность известных детерминированных $(l \times n)$ -матриц. В (1) и (2) случайный процесс v_t с независимыми значениями и помехи наблюдения $v = \{v_t\}$, являющаяся последовательностью независимых случайных величин, удовлетворяют условиям

$$\mathbf{M} w_t = 0, \quad \mathbf{M} w_t w_t^* = R_t(t), \quad \mathbf{M} v_t = 0, \quad \mathbf{M} v_t v_t^* = R_t(t). \quad (3)$$

В (3) символ $\mathbf{M}$ — математическое ожидание.

Задача синтеза линейного оптимального фильтра [2] состоит в построении неупреждающих линейных оценок $\hat{x} = \{\hat{x}_t\}$ процесса $x = \{x_t\}$ по наблюдениям $y = \{y_t\}$ в виде $\hat{x}_t \equiv \hat{x}[t, t] = \sum_{s=0}^t h[t, s] y_s$, $t \leq T$, где $h[t, s]$ — матричная весовая функция, определяющая фильтрацию по наблюдениям за величинами y_s , $s \leq t$. Винеровская оценка $\hat{x}_t \equiv \hat{x}[t, t]$ в терминах обновляющего процесса [1] имеет вид

$$\hat{x}[t, t] = \sum_{s=0}^t (\mathbf{M} x_t \tilde{y}_s^*) [\mathbf{M} \tilde{y}_s \tilde{y}_s^*]^{-1} \tilde{y}_s, \quad \tilde{y}_s = y_s - C_s \hat{x}[s, s-1], \quad s \leq t. \quad (4)$$

Теорема. Пусть для случайного частично наблюдаемого ряда $\{x_t, y_t\}$ выполнены условия (1)–(3). Тогда для оценки (4) имеет место формула

$$\hat{x}[t, t] = \hat{x}[t, t-1] + [P(t, t) C_t^*] (C_t P(t, t) C_t^* + R_v(t))^{-1}. \quad (5)$$

В уравнении (5) матрица ковариации $P(t, t) = \mathbf{M} \varepsilon_t \varepsilon_t^*$, $\varepsilon_t = x_t - \hat{x}[t, t-1]$, определяется по рекуррентным формулам [2]. Из (5) следует, что оптимальная оценка фильтрации $\hat{x}[t, t]$ выражается через оптимальную оценку одношагового прогноза $\hat{x}[t, t-1]$, для которой в [2] получены рекуррентные соотношения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Петров О. А., Фомин В. Н.* Линейная фильтрация случайных процессов. Л.: ЛГУ, 1991, 148 с.
2. *Самохин Ю. А., Фомин В. Н.* Рекуррентные соотношения линейной оптимальной фильтрации случайных процессов, порождаемых регрессионными уравнениями. Часть 1. Линейный одношаговый оптимальный прогноз. — СПб.: Вестник СПбГУ, 1994, 17 с. Деп. в ВИНТИ 04.08.94. № 2053-В94.