ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 5
2012

В. П. Котельников (Ростов-на-Дону, ЮФУ). **Последовательная проверка статистических гипотез с использованием индивидуальных распределений случайных величин.**

Для проверки статистических гипотез часто используют метод последовательного анализа Вальда [1], в котором в результате n последовательных опытов получают значения $x_1, x_2, \ldots, x_n$ случайной величины X, плотность распределения которой $g(x, \theta_{\langle m\rangle})$ зависит от вектора параметров $\theta_{\langle m\rangle}$. Для одного проверяемого параметра θ обозначим гипотезы: нулевую $H_0:\ \theta = \theta_0$ и альтернативную $H_1:\ \theta = \theta_1$. После каждого опыта вычисляется показатель $L = \prod_{i=1}^{n} g(x_i, \theta_1)/g(x_i, \theta_0)$, называемый отношением правдоподобий. Суждение о том, что опытные данные не противоречат той или иной гипотезе, принимается путем сравнения значения L с нижней $\underline{L} = \beta/(1-\alpha)$ и верхней $\overline{L} = (1-\beta)/\alpha$ допустимыми границами, где α и β — ошибки первого и второго рода. В методе Вальда среднее количество опытов в 2–3 раза меньше по сравнению с другими методами.

Процедуры метода Вальда были разработаны применительно к последовательностям случайных величин, имеющих нормальное, биномиальное, а затем и другие распределения [1, 2] или являющихся марковскими [3]. Вид распределения случайной величины существенно влияет на принятие решения. Применяя метод Вальда, обычно ограничиваются допущениями о типовых распределениях случайных величин. Конечно, можно разработать аналогичные процедуры и для других распределений, однако многообразие методик затрудняет их практическое использование.

Предлагается усовершенствованная методика последовательной проверки гипотез, в которой после каждого опыта, начиная с $n > 5$, уточняется индивидуальное распределение случайной величины. В качестве индивидуального распределения предлагается использовать стьюдентовско-нормальное (SN) генеральное распределение [4] с интегральной функцией $G(x) = \int_{-\infty}^{\Psi(x)} S_k(t)\,dt$, где $S_k(t)$ — плотность стандартного распределения Стьюдента, в котором $-\infty < t < \infty$, $k \geqslant 1$, $\Psi(x)$ — функция, обратная к монотонной функции одного случайного аргумента t и четырех параметров (a, b, γ, η)

$$x(t) = a + \frac{b-a}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{(t-\gamma)/\eta} e^{-\xi^2/2}\,d\xi, \quad \eta > 0, \quad -\infty < \gamma < \infty.$$

Здесь a и b — пределы изменения случайной величины X $(a < b)$, η и γ — параметры формы. Это распределение перекрывает области существования многих известных семейств распределений: бета, Джонсона (типов S_B, S_L, S_U) двойного нормального и др. Генеральное SN -распределение с практически достаточной точностью можно выявлять по оценкам пяти параметров $\theta_{\langle 5\rangle} = (a, b, \gamma, \eta, k)$. При этом вид распределения остается неизменным, но меняются оценки всех его параметров, которые легко определяются методом наименьших квадратов в пакете «Mathcad».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Вальд А.* Последовательный анализ. М.: Физматгиз, 1960.
2. *Сосулин Ю. Т.*, *Фишман М. М.* Теория последовательных решений и ее применения. М.: Радио и связь, 1985.
3. *Ширяев А. Н.* Статистический последовательный анализ. М.: Наука, 1969.
4. *Котельников В. П.* О проверке согласования генеральных и эмпирических распределений. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2008, т. 15, в. 1, с. 90–91.