ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4
2012

Р. Э. Ш а н г и н (Челябинск, ЮУрГУ). **Квазиполиномиальный алгоритм для решения задачи Вебера для n-последовательно связного цикла.**

Вводятся понятия n-последовательно связного графа, а также одного его частного случая —- неориентированного n-последовательно связного цикла (nonoriented n-sequentially connected cycle). Пусть $T_G(j)$ — множество вершин графа G, смежных с вершиной j.

О п р е д е л е н и е 1. Граф $G=(J,E)$ называется *n-последовательно связным*, если на множестве его вершин можно задать такую нумерацию, что для любой вершины $j \in J$ номера вершин из множества $T_G(j)$ принадлежат множеству $\{(j-n),\dots,(j-1),(j+1),\dots,(j+n)\}$.

О п р е д е л е н и е 2. Граф $G=(J,E)$ называется *n-последовательно связным циклом*, если на множестве его вершин можно задать такую нумерацию, что для некоторой вершины $j \in J$ множество $T_G(j)=\{(j-n),\dots,(j-1),(j+1),\dots,(j+n)\}$.

Рассматриваются области применения n-последовательно связных циклов. Исследуются свойства неориентированного n-последовательно связного цикла. В частности, доказаны следующие утверждения.

Теорема 1. *В графе G', полученном удалением из n-последовательно связного цикла $G=(J,E)$ некоторой его клики A размера n, ни один из порожденных подграфов не является элементарным циклом длины $l \geqslant 4$.*

Теорема 2. *В графе G', полученном удалением из n-последовательно связного цикла $G=(J,E)$ некоторой его клики A размера n, существует порожденный подграф, являющийся простым циклом длины $l \geqslant 4$.*

Теорема 3. *Граф G', полученный удалением из n-последовательно связного цикла $G=(J,E)$ при $n=2$ некоторой его клики A размера n, является триангулированным (хордальным) графом.*

Рассматривается задача Вебера (G,V,F) для n-последовательно связного неориентированного цикла $G=(J,E)$ и конечного множества мест размещения V:

$$F(\varphi)=\sum_{\{i,j\}\in E} c(\{i,j\},\varphi(i),\varphi(j))+\sum_{i\in J} p(i,\varphi(i)) \to \min_{\varphi},$$

где $\varphi\colon\ J\to V$ — однозначное отображение из множества J в V, J — множество вершин графа G, $E=\{(i,j)\colon\ i,j\in J\}$ — множество ребер графа G, $p\colon\ J\times V\to \mathbf{R}^+\colon\ p(i,\vartheta_i)$ — функция стоимости размещения вершины $i\in J$ в точке $\vartheta_i\in V$, $c\colon\ A\times V^2\to\mathbf{R}^+\colon\ c(\{i,j\},\vartheta_i,\vartheta_j)\colon\ (i,j)\in E$, $\vartheta_i,\vartheta_j\in V$ — функция стоимости размещения ребра графа G на V^2.

Задача Вебера в данной постановке, в общем случае, является NP-трудной [1] и представляет собой частный случай квадратичной задачи о назначениях (КЗН), где условие инъективности отображения φ из множества J вершин графа в множество V точек размещения снимается, т. е. в одну точку возможно размещение нескольких вершин графа [2]. Необходимо отметить, что задача Вебера исследовалась в различных постановках, в том числе для непрерывной области размещения [3], в многокритериальной постановке [4] и др.

Предложен детерминированный квазиполиномиальный алгоритм ScCyVPA $^{(n)}$ (Sequentially connected Cycle Veber Problem Algorithm), корректно решающий задачу Вебера для n-последовательно связного цикла и конечного множества точек размещения. Доказано следующее утверждение.

Теорема 4. *Алгоритм* ScCyVPA $^{(n)}$ *корректно решает задачу Вебера* (G, V, F), *где* G — n*-последовательно связный цикл,* V — *конечное множество мест размещения.*

На классе задач, сгенерированных случайным образом, проведено сравнение времени работы предложенного алгоритма и модели целочисленного линейного программирования (ЦЛП), реализованной в среде IBM ILOG CPLEX 12.3.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Panyukov A. V.*, *Pelzwerger B. V.* Polynomial algorithms to finite Veber problem for a tree network. — Journal of Computational and Applied Mathematics, 1991, v. 35, p. 291–296.
2. *Шангин Р. Э.* Исследование эффективности приближенных алгоритмов решения одного частного случая задачи Вебера. — Экономика, статистика и информатика. Вестник УМО. М.: 2012, № 1, с. 163–169.
3. *Picard J. C.*, *Ratli D. H.* A cut approach to the rectilinear distance facility location problem. — Oper. Res., 1978, v. 26, № 3, p. 422–433.
4. *Zabudsky G. G.*, *Filimonov D. V.* An algorithm for minimax location problem on tree with maximal distances. — In: Proceedings of the 2nd International Workshop «Discrete Optimization Methods in Production and Logistics» (DOM2004). Omsk–Irkutsk: 2004, p. 81–85.