ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 5
2012

О. И. Джаксумбаева (Санкт-Петербург, СПбГУ). **Моделирование смертности в системах поддержки принятия решений при планировании бюджета социальных выплат региона Российской федерации.**

Показатель интенсивности смертности $\mu(x) = p(x)/(1 - F(x))$, где $x > 0$ — возраст, $p(x)$ — плотность распределения случайной величины продолжительности жизни X, функция распределения которой $F(x) = \mathbf{P}\{X < x\}$ широко используется в актуарной математике для анализа процесса смертности застрахованных лиц [2]. В государственной демографической статистике у него есть аналог — «число умерших в расчете на 1000 человек населения за год» [3].

Интенсивность смертности на территории региона является пуассоновской считающей мерой на прямом произведении двух мер: времени и народонаселения. На этом основываются все дальнейшие преобразования масштаба измерения показателя. Далее предполагается однородность по мере народонаселения. Для имитационного моделирования распределения числа смертей по месяцам на территории региона на следующий бюджетный период (год) предлагается следующая схема.

Шаг 1. Калибровка входных данных. Время приводится к размерности года $t \in [0, 1]$. Эта размерность является стандартной для финансовых вычислений, к классу которых относится задача планирования бюджета социальных выплат.

Прогноз накопленной за год интенсивность смертности на 1000 человек постоянного населения региона $\Lambda(1)$ с целью лучшего соответствия распределению Пуассона приводится к другому масштабу по считающей мере народонаселения: $\widehat{\Lambda}(1)$ человек за год на $N = \widehat{\Lambda}(1)/\Lambda(1)$ тысяч человек постоянного населения.

Значение $\widehat{\Lambda}(1)$ подбирается по сетке на основе результатов имитационного моделирования множества реализаций пуассоновского процесса по алгоритму, приведенному в шаге 3 данной схемы. Критерий выбора основан на факте малой вероятности p_0 того, что за месяц на территории региона не умрет ни одного человека. Полученное значение $\widehat{\Lambda}(1)$ проверяется на соответствие значению $\overline{\Lambda}(1/12)$ КП $_{crit}$, где КП $_{crit}$ — коэффициент приведения выборочной средней $\overline{\Lambda}(1/12)$ по выборке значений интенсивности смертности по месяцам к такой размерности, для которой наилучшим образом выполняется критерий согласия Пирсона на соответствие распределению Пуассона.

Шаг 2. Выбор эталонного вектора накопленной по месяцам интенсивности смертности. Предполагаем неоднородность интенсивности смертности по месяцам и используем данные оперативной демографической статистики общего коэффициента смертности за последний год $(\Lambda(1/12), \Lambda(2/12), \ldots, \Lambda(1))$. Выбранный вектор также масштабируется до подобранной на шаге 1 размерности: $(\widehat{\Lambda}(1/12), \widehat{\Lambda}(2/12), \ldots, \widehat{\Lambda}(1))$.

Шаг 3. Моделирование новой траектории. Применяем стандартный метод моделирования неоднородного пуассоновского процесса через преобразование времени стандартизованного пуассоновского процесса с единичной интенсивностью [1].

По оси накопленной интенсивности смертности моделируем промежутки между скачками пуассоновского процесса (τ_j) , $j = 1, 2, \ldots, n$. Соответствующие им случайные величины независимы и имеют показательное распределение $F(\tau) = 1 - e^{-l\tau}$, $\tau > 0$, с параметром $l = 1$. Моделирование происходит до тех пор, пока не будет исчерпана масштабированная прогнозная годовая интенсивность смертности $\tau_1 + \tau_2 + \cdots + \tau_n = \widehat{\Lambda}(1)$.

Определяем координаты по оси времени (абсцисс) для ломаной линии, полученной при помощи линейной интерполяции смежных точек эталонного вектора накопленной по месяцам интенсивности смертности $(\widehat{\Lambda}(1/12), 1/12), (\widehat{\Lambda}(2/12), 2/12) \ldots, (\widehat{\Lambda}(1), 1)$, для значений по оси ординат $\tau_1, \tau_1 + \tau_2, \ldots, \tau_1 + \tau_2 + \cdots + \tau_n$. Подсчитываем число попаданий моментов скачков в каждый месяц и строим модельную траекторию накопленной интенсивности смертности. Предполагается, что на промежутке τ_j умирает в среднем 1 человек на N тысяч человек постоянного населения региона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Королев В. Ю.*, *Бенинг В. Е.*, *Шоргин С. Я.* Математические основы теории риска. М: Физматлит, 2007, 544 с.
2. *Кудрявцев А. А.* Демографические основы страхования жизни. СПб: Институт страхования, 1996, 237 с.
3. Демографический ежегодник России. 2010: Стат. сб. М.: Росстат, 2010, 525 с.