ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 19 МАТЕМАТИКИ Выпуск 5
2012

Е. Е. Дьяконова (Москва, МИАН). **О максимуме ветвящегося процесса в марковской случайной среде.**

Пусть $Z(n)$ $(n = 0,1,\ldots)$ — ветвящийся процесс в случайной среде $\{\zeta_n,\ n = 0,1,\ldots\}$, которая является марковской цепью с множеством состояний $J = \{1,2,\ldots,k\}$, $k > 1$, и переходными вероятностями $p_{i,j} > 0$, $i,j \in J$. При этом каждому числу $j \in J$ поставлена в соответствие вероятностная производящая функция $f_{(j)}(s)$, $0 \leqslant s \leqslant 1$. Величина $Z(n)$, $n = 0,1,\ldots$, может интерпретироваться как число частиц в момент времени n в некоторой популяции.

Эта популяция эволюционирует следующим образом. Если $\zeta_n = j \in J$, то каждая из $Z(n)$ частиц, принадлежащая поколению n, погибая, производит потомков согласно производящей функции $f_{(j)}(s)$ независимо от размножения других частиц из этого поколения и от предыстории процесса.

Пусть начальное распределение процесса совпадает со стационарным распределением $\{\pi_j\}$, $j \in J$, цепи $\{\zeta_n,\ n = 0,1,\ldots\}$, т. е. $\mathbf{P}\{Z(0) = j\} = \pi_j$, $j \in J$. Предполагается, что для всех $j \in J$ у производящих функций $f_{(j)}(s)$ существует производная второго порядка в точке 1.

Введем величины $a = \max_{j\in J} |\ln f'_{(j)}(1)|$, $b = \max_{i,j\in J} p_{i,j}$. Имеет место следующее утверждение.

Теорема. *Если выполняются условия* $a < -\ln b/3$, $\sum_{j=1}^{k} \pi_j f'_{(j)}(1) = 0$, *причем существует такое* $i \in J$, *что* $f'_{(i)}(1) \neq 1$, *то*

$$\mathbf{P}\Big\{\sup_n Z(n) > x\Big\} \sim c/\ln x, \qquad x \to \infty,$$

где c *— положительная константа.*

Работа выполнена при финансовой поддержке программы РАН «Динамические системы и теория управления».