ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 20 МАТЕМАТИКИ Выпуск 2
2013

Г. С. Осипов (Санкт-Петербург, ГМА). **Нечеткая линейная модель межотраслевого баланса.**

Рассмотрим стандартную модель Леонтьева с нечеткими числами: $x = Ax + y$, где x — вектор валового выпуска, $A = (a_{ij})_{i,j=1,2,\ldots,n}$ — матрица коэффициентов прямых затрат (технологическая матрица), y — вектор конечного продукта. Очевидно, решение основной задачи производственного планирования найдется из системы уравнений вида $(E - A)x = y$. Введя простейшие арифметические операции, например, с треугольными нечеткими числами, полученную систему линейных алгебраических уравнений можно решить с помощью матрицы коэффициентов полных затрат, $x = (E - A)^{-1}y = Sy$, по формулам Крамера, методом Гаусса и т. д.

Пример.

$$A = \begin{pmatrix} (0,27,\ 0,30,\ 0,33) & (0,15,\ 0,20,\ 0,25) \\ (0,10,\ 0,15,\ 0,20) & (0,08,\ 0,10,\ 0,12) \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} (275,\ 300,\ 325) \\ (90,\ 100,\ 120) \end{pmatrix}.$$

Требуется найти плановые объемы валовой продукции отраслей, межотраслевые поставки и чистую продукцию. Решим задачу с помощью матрицы коэффициентов полных затрат:

$$(E - A) = \begin{pmatrix} (0,67,\ 0,70,\ 0,73) & (-0,25,\ -0,20,\ -0,15) \\ (-0,20,\ -0,15,\ -0,10) & (0,88,\ 0,90,\ 0,92) \end{pmatrix},$$

$$S = (E - A)^{-1} = \frac{1}{(0,54,\ 0,60,\ 0,66)} \begin{pmatrix} (0,88,\ 0,90,\ 0,92) & (0,15,\ 0,20,\ 0,25) \\ (0,10,\ 0,15,\ 0,20) & (0,67,\ 0,70,\ 0,73) \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} (1,34,\ 1,500,\ 1,71) & (0,23,\ 0,33,\ 0,46) \\ (0,15,\ 0,25,\ 0,37) & (1,02,\ 1,17,\ 1,35) \end{pmatrix}.$$

Решение:

$$x = S\begin{pmatrix} (275,\ 300,\ 325) \\ (90,\ 100,\ 120) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (389,1,\ 483,3,\ 872,5) \\ (133,7,\ 191,7,\ 325,4) \end{pmatrix}.$$

Также решение может быть найдено методом Гаусса или по формулам Крамера.

Очевидно, межотраслевые поставки и чистая продукция отраслей найдутся по формулам

$$x_{ij} = a_{ij}x_j, \quad i,j = 1,2,\ldots,n, \quad v_j = x_j - \sum_{i=1}^{n} x_{ij}, \quad j = 1,2,\ldots,n.$$

Аналогично могут быть реализованы различные матричные модели в нечеткой постановке.

© Редакция журнала «ОПиПМ», 2013 г.