ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 20 МАТЕМАТИКИ Выпуск 3
2013

А. П. Кирпичников, **А. С. Титовцев** (Казань, КНИТУ). **Вероятности стационарных состояний систем дифференцированного обслуживания поликомпонентных потоков.**

Предположим, что рассматриваемая СМО имеет m обслуживающих устройств и пуассоновский входной поток требований, содержащий заявки нескольких типов:

0-й тип — заявки, которые обслуживаются только при наличии свободного обслуживающего устройства и никогда не становятся в очередь; если на момент поступления очередной подобной заявки в системе не оказывается свободного обслуживающего устройства, то данная заявка покидает систему необслуженной;

j-й тип ($1 \leqslant j \leqslant h$) — заявки, которые обслуживаются при наличии свободного обслуживающего устройства, либо становятся в очередь, если число требований в очереди меньше определенного числа ε_j; если в очереди уже имеется ε_j или более требований, то вновь поступившая заявка j-го типа получает отказ и выбывает из системы необслуженной.

Потоки заявок такого рода будем называть *поликомпонентными*, а системы, обслуживающие каждый тип заявок по отдельным правилам, назовем *системами дифференцированного обслуживания*. Граф состояний и переходов такой СМО приведен на рис.

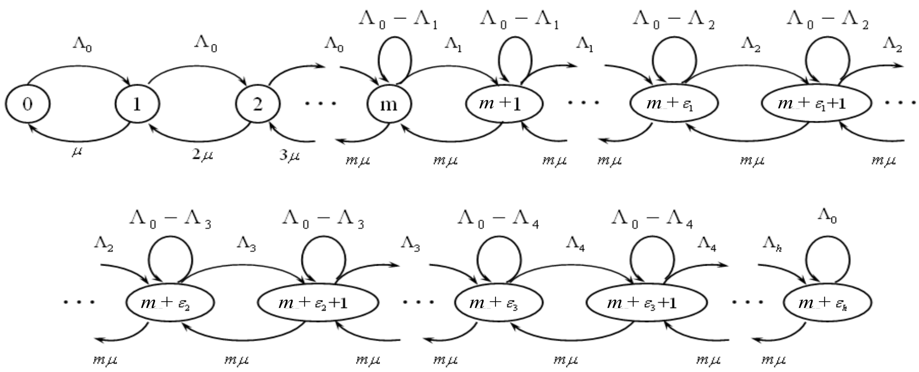

Рис. Граф состояний и переходов СМО

Принятые обозначения: $\varepsilon_0 = E_0 = 0$, $\varepsilon_1 = E_1$, $\varepsilon_2 = E_1 + E_2$, $\ldots$, $\varepsilon_j = \sum_{i=0}^{j} E_j$ — ограничения длины очереди для заявок j-го типа; $\Lambda_0 = \sum_{j=0}^{h} \lambda_j$, $\Lambda_1 = \sum_{j=1}^{h} \lambda_j$, $\ldots$, $\Lambda_h = \lambda_h$ (λ_j — интенсивности потоков заявок j-го типа); $R_0 = \sum_{j=0}^{h} \rho_j$, $R_1 = \sum_{j=1}^{h} \rho_j$, $\ldots$, $R_h = \rho_h$ ($R_i = \Lambda_i/\mu$, $\rho_i = \lambda_i/\mu$ — приведенные интенсивности потоков заявок j-го типа).

Вероятности возможных состояний СМО в стационарном режиме:

$$P_0 = \left[e_m(R_0) + \frac{R_0^m}{m!} \sum_{g=1}^{h} \prod_{j=0}^{g-1} \left(\frac{R_j}{m}\right)^{E_j} \left\{ \begin{array}{ll} \dfrac{R_g}{m-R_g}\left(1-\left(\dfrac{R_g}{m}\right)^{E_g}\right), & R_g \neq m \\ E_g, & R_g = m \end{array} \right\} \right]^{-1},$$

$$P_i = \begin{cases} \dfrac{R_0^i}{i!} P_0, & 0 \leqslant i \leqslant m, \\ \left(\dfrac{R_{j+1}}{m}\right)^{i-m-\varepsilon_j} \displaystyle\prod_{g=0}^{j} \left(\dfrac{R_g}{m}\right)^{E_g} \dfrac{R_0^m}{m!} P_0, & m+\varepsilon_j \leqslant i \leqslant m+\varepsilon_{j+1},\ 0 \leqslant j \leqslant h-1. \end{cases}$$

Имея общие формулы для вероятностей, легко найти все остальные характеристики системы.