ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 20 МАТЕМАТИКИ Выпуск 2
2013

Ю. А. Самохин (Нижний Новгород, НГТУ). **О параметрическом резонансе решений одной системы дифференциальных уравнений 2-го порядка с коэффициентами, близкими к постоянным, и переменными частотами.**

Рассматривается [1] система

$$\ddot{y} + \varepsilon t^{-1} Q\dot{y} + [C_0 + \varepsilon(\gamma M - \delta(\sin\omega(\varepsilon,t)t)N]y + \varepsilon t^{-1}[-\alpha A - \beta B\sin\theta(\varepsilon,t)t]y = 0, \quad (1)$$

$y = \mathrm{col}\,(y_1, y_2)$, где ε — малый параметр ($\varepsilon > 0$); $Q = \mathrm{diag}\,(\chi_1,\chi_2)$, $C_0 = \mathrm{diag}\,(\Omega_1^2, \Omega_2^2)$, $\Omega_i > 0$ $(i = 1, 2)$;

$$A = (a_{ij}), \quad B = (b_{ij}), \quad M = (m_{ij}), \quad N = (n_{ij}), \quad (2)$$

это некоторые данные постоянные матрицы 2-го порядка; α, β, γ, δ — параметры внешней нагрузки, которые предполагаются одного порядка малости с χ_1, χ_2;

$$\omega(\varepsilon,t) = \omega_0 - \varepsilon\omega_1 - \varepsilon t^{-1}\omega_2, \quad \theta(\varepsilon,t) = \theta_0 - \varepsilon\omega_1 - \varepsilon t^{-1}\omega_2. \quad (3)$$

Теорема. *Пусть в системе* (1), (2) *частоты* $\omega(\varepsilon,t)$ *и* $\theta(\varepsilon,t)$ *определяются формулами* (3). *Тогда*

1) *если* $\omega_0 \neq \Omega_1 + \Omega_2$ *и* $\theta_0 \neq \Omega_1 + \Omega_2$, *то система* (1), (2) *имеет лишь ограниченные решения*;

2) *если* $\omega_0 \neq \Omega_1 + \Omega_2$ *и* $\theta_0 = \Omega_1 + \Omega_2$, *то система* (1), (2) *обладает решениями вида*

$$y_k = e^{\lambda_k t} t^{\mu_k}(c_k + o(1)), \quad (4)$$

где $\lambda_k = \varepsilon[\Omega_1^{-1}\Omega_2^{-1}(\beta^2 b_{12}b_{21} - 4\omega_1^2\Omega_1\Omega_2)]^{1/2}/4$, $\mu_k = -\varepsilon(\chi_1+\chi_2)/4 + \alpha\omega_1\varepsilon(a_{11}\Omega_1 + a_{22}\Omega_2)(\beta^2 b_{12}b_{21} - 4\omega_1^2\Omega_1\Omega_2)]^{-1/2}/2$ *при условии* $|\omega_1| < |\beta|(b_{12}b_{21}\Omega_1^{-1}\Omega_2^{-1})^{1/2}/2$, $b_{12}b_{21} > 0$;

3) *если* $\omega_0 = \Omega_1 + \Omega_2$ *и* $\theta_0 \neq \Omega_1 + \Omega_2$, *то система* (1), (2) *имеет неустойчивые решения* (*возникает параметрический резонанс* [2]) *при всех* ω_1, *удовлетворяющих неравенству* $|2\omega_1 - \gamma(m_{11}\Omega_1^{-1} + m_{22}\Omega_2^{-1})| < |\delta|(n_{12}n_{21}\Omega_1^{-1}\Omega_2^{-1})^{1/2}$;

4) *если* $\omega_0 = \Omega_1 + \Omega_2$ *и* $\theta_0 = \Omega_1 + \Omega_2$ *и* $m_{11} = m_{22} = a_{11} = a_{22} = 0$, *то система* (1), (2) *обладает решениями вида* (4), *где* $\lambda_k = \varepsilon[\Omega_1^{-1}\Omega_2^{-1}(\delta^2 n_{12}n_{21} - 4\omega_1^2\Omega_1\Omega_2)]^{1/2}/4$, $\mu_k = -\varepsilon(\chi_1+\chi_2)/4 + \beta\delta\varepsilon(b_{12}n_{21} + b_{21}n_{12})[\Omega_1\Omega_2(\delta^2 n_{12}n_{21} - 4\omega_1^2\Omega_1\Omega_2)]^{-1/2}$, *причем* $\delta^2 n_{12}n_{21} - 4\omega_1^2\Omega_1\Omega_2 > 0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Самохин Ю. А.* К вопросу отыскания области динамической неустойчивости одной системы дифференциальных уравнений второго порядка с полиномиальными коэффициентами и переменной частотой. — Материалы всероссийской научно-технической конференции ТТМ НН 04, ноябрь 2004. Н. Новгород: 2004, с. 159.

2. *Фомин В. Н.* Математическая теория параметрического резонанса в линейных распределенных системах. Л.: ЛГУ, 1972.