ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 20 МАТЕМАТИКИ Выпуск 2
2013

Н. А. Колодий (Волгоград, ВолГУ). **Об аппроксимациях для стохастических уравнений Вольтерра на плоскости.**

Предположим, что $(\Omega, \mathcal{F}, \mathsf{P})$ — полное вероятностное пространство, $\mathbf{F} = (\mathcal{F}_z, z \in \mathbf{R}^2_+)$ есть двупараметрическое семейство σ-алгебр, удовлетворяющее «обычным» условиям; $\mathcal{P}$ обозначает σ-алгебру $\mathbf{F}$-предсказуемых подмножеств $\mathbf{R}^2_+ \times \Omega$. Пусть $\mathcal{M}^2_S$ — пространство двупараметрических сильных квадратично интегрируемых мартингалов [1].

При исследовании стохастических интегральных уравнений Вольтерра на плоскости возникает необходимость изучить численные аппроксимации поля η — решения стохастического интегрального уравнения

$$\eta(z) = \eta_0(z) + \int_{]0,z]} \beta(z, x, \eta)\mu(z, dx), \quad z \in \mathbf{R}^2_+, \tag{1}$$

где поле β — $\mathcal{B}(\mathbf{R}^2_+) \otimes \mathcal{P}|\mathcal{B}(\mathbf{R})$-измеримая функция, $\mathbf{E}\int_{]0,z]} \beta^2(z,u)\overline{\mu}(z,du) < \infty$, $\overline{\mu}(z,u) = \langle \mu(z,\cdot)\rangle_u$ — квадратическая вариация мартингала $\mu(z,\cdot)$ на прямоугольнике $[0,u]$ (см. [2]).

В [3] определены некоторые типы стохастических интегралов по сильным мартингальным ядрам и их квадратическим вариациям, доказана теорема о существовании регулярных модификаций и получены неравенства для моментов равномерных норм и модулей непрерывности таких интегралов. Указанные результаты и идеи работы [2] применяются для получения оценок величины $\Delta_{\delta, u_{i+1,j+1}} g(\eta) = \mathbf{E}\, g(\eta(u_{i+1,j+1})) - \mathbf{E}\, g(\eta_\delta(u_{i+1,j+1}))$, где η_δ обозначает аппроксимацию поля η для произвольного разбиения $\delta = \{u_{i,j} = (u_{1,i}, u_{2,j}),\ i,j \in \{0,1,\ldots\},\ 0 = u_{r,0} < u_{r,1} < \cdots,\ \lim_{n\to\infty} u_{r,n} = \infty,\ r = 1,2\}$ пространства $\mathbf{R}^2_+$ при помощи схемы вида $\eta_\delta(u_{i+1,j+1}) = \eta_0(u_{i+1,j+1}) + \sum_{k,r=0}^{i,j} \widetilde{\beta}(u_{i+1,j+1}, u_{k,r}, \{\eta(u_{\ell,m})|0 \leqslant \ell \leqslant k, 0 \leqslant m \leqslant r\})\mu(u_{i+1,j+1}, \delta_{k,r})$, где $\widetilde{\beta}$ очевидным образом определяется через β, $\mu(\cdot, \delta_{k,r})$ — приращение на прямоугольнике $\delta_{k,r} = [u_{k,r}, u_{k+1,r+1}[$. Полученные оценки используются в доказательстве следующего результата.

Теорема. *Пусть β и μ удовлетворяют условиям* [3] *существования и единственности непрерывного решения уравнения* (1) *и, сверх того, функции $x \to \beta(z,x,g,\omega)$ непрерывны для любых фиксированных z, g и ω. Тогда $\lim_{|\delta|\to 0} \mathbf{P}\{\sup_{x\in[0,z]} |\eta_\delta(x) - \eta(x)| > \varepsilon\} = 0$ для любых $\varepsilon > 0$, $z \in \mathbf{R}^2_+$.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гущин А. А.* К общей теории случайных полей на плоскости. — Успехи матем. наук, 1982, т. 372, № 6, с. 53–74.

2. *Jacod J.*, *Kurtz T. G.*, *Meleard S.*, *Protter P.* The approximate Euler method for Levy driven stochastic differential equations. — Ann. I. H. Poincare PR, 2005, v. 41, i. 3, p. 523–558.
3. *Колодий Н. А.* Об условиях существования непрерывных справа модификаций стохастических интегралов на плоскости. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2004, т. 11, в. 4, с. 840–841.