ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 20 МАТЕМАТИКИ Выпуск 3
2013

В. Ф. Горбунов (Йошкар-Ола, МарГУ). **Влияние конечной высоты детекторов на интегральную скорость счета.**

При изучении процессов аннигиляции в твердых телах обнаружен эффект уменьшения площади, ограниченной кривой углового распределения. Поскольку указанная площадь характеризует количество позитронов, участвующих в двухфотонной аннигиляции, возникает вопрос об исчезновении доли позитронов, попавших в монокристаллический образец. Эффект потери позитронов достигает значительных (до 28%) величин. Этот эффект не объясняется увеличением доли безрадиационной, однофотонной или трехфотонной аннигиляции. Также его не объясняет гипотеза о возможном каналировании позитронов между кристаллографическими плоскостями, так как теоретически и экспериментально установлена длина пробега позитронов при каналировании не более 50 мкм; толщина образца в экспериментах по определению углового распределения аннигиляционных фотонов обычно равна 1–1,5 мм. Гипотезы о возможном уменьшении центральной части кривой углового распределения за счет увеличения «хвостов» этой кривой вследствие взаимодействия позитронов со всем континуумом электронов кристалла, которое может привести к увеличению углов разлета аннигиляционных фотонов до 25 мрад, также были опровергнуты.

Однако возможно, что уменьшение интегральной скорости счета вызвано не только процессами взаимодействия позитронов с исследуемыми материалами, а также конструктивными особенностями измерительных установок.

Данный доклад посвящен исследованию влияния линейных размеров сцинтилляционных детекторов на интегральную скорость счета, и, следовательно, на изменение формы кривой углового распределения аннигиляционных фотонов.

Рассмотрим геометрию измерения углового распределения, отражающую условия реального эксперимента: точечный источник позитронов расположен на оси xx симметрично относительно двух детекторов высотой $\Delta\theta$, защищенных свинцовыми коллиматорами с шириной щелей $\Delta\varphi_1$ и $\Delta\varphi_2$. В исследуемом образце электрон-позитронные пары аннигилируют на два фотона. Вероятность того, что один фотон попадет в элемент $\mathrm{d}\Omega_1$ первого детектора, а второй фотон — в элемент $\mathrm{d}\Omega_2$ другого, зависит от величин $\mathrm{d}\Omega_1$, $\mathrm{d}\Omega_2$ и двугранного угла α между плоскостями коллиматоров, с которым связывают значение z-компоненты полного импульса электрон-позитронной пары. Для сферической системы координат, связанной с осью xx, эта вероятность равна $\frac{\mathrm{d}\Omega_1}{4\pi}\Omega_2\frac{\rho(\alpha)}{2\pi\sin\alpha}$, где $\rho(\alpha)$ — нормированная на 1 в интервале $[0,\pi]$ плотность вероятности угла α.

Для вероятности одновременного попадания фотонов в обе щели получаем выражение

$$\frac{\Delta\varphi_1\Delta\varphi_2}{8\pi^2}\iint_{\theta_1\theta_2}\frac{\rho(\alpha)}{\sin\alpha}\sin\theta_1\sin\theta_2\mathrm{d}\theta_1\mathrm{d}\theta_2. \tag{1}$$

Плотность вероятности угла α :

$$\rho(\alpha) = \alpha \int_{mc\alpha}^{\infty} \frac{\mathrm{d}p\ \rho(p)}{\frac{p}{mc}\sqrt{(\frac{p}{mc})^2 - \alpha^2}}, \tag{2}$$

где $\rho(p)$ — нормированная на 1 плотность вероятности импульса пары. Из (2) видно, что $\rho(\alpha)$ заметно отличается от нуля лишь в области малых α . Это обстоятельство позволяет существенно упростить вычисления, а именно $\sin\alpha \approx \alpha$ и $\sin\theta_1 \approx \sin\theta_2 \approx 1$ в (1). Так как распределение $\rho(p)$ заметно отличается от нуля только в конечном интервале импульсов от 0 до $p_{\text{гр.}}$, не превышающем, как правило, несколько сотых mc , при $\Delta\theta = p_{\text{гр.}}/mc$ можно записать вероятность попадания фотонов в детекторы:

$$\omega(\varphi_2) = \frac{\Delta\varphi_1\Delta\varphi_2\Delta\theta}{8\pi} \int_{|mc\varphi_2|}^{\infty} \mathrm{d}p \frac{mc\rho(p)}{p} \left[1 - \frac{2}{\pi\Delta\theta}\sqrt{\left(\frac{p}{mc}\right)^2 - \varphi^2}\right]. \tag{3}$$

Теперь можно показать, что уменьшение площади под кривой углового распределения связано с конечной высотой $\Delta\theta$, через которую аннигиляционные фотоны попадают в детекторы. Это просто продемонстрировать на примере параболического спектра, полученного при аннигиляции позитронов в сильно вырожденном электронном газе, для которого $\rho(p) = 3p^2/p_{\Phi}^3$ при $0 \leqslant p \leqslant p_0$. Применяя результат (3) для такого газа, получим следующее выражение для вероятности попадания фотонов в детекторы:

$$\omega(\varphi) = \frac{\Delta\varphi_1\Delta\varphi_2\Delta\theta}{8\pi} \cdot \frac{8}{16\pi} \left[\left(\frac{p_{\Phi}}{p_0}\right)^2 - \varphi^2\right] \left[1 - \frac{4}{3\pi\Delta\theta}\sqrt{\left(\frac{p_{\Phi}}{p_0}\right)^2 - \varphi^2}\right],$$

где $\Delta\varphi_1$, $\Delta\varphi_2$ — ширина щелей коллиматоров перед детекторами в *рад*; φ — угол поворота детектора; $\Delta\theta$ — угловая высота щели, под которой просматривается детектор; p_{Φ} , p_0 — импульсы Ферми и аннигиляционного фотона. Тогда выражение для интегральной скорости счета можно записать в виде:

$$N_{|\varphi|} = I_0 r^2 \frac{\Delta\varphi_1\Delta\varphi_2\Delta\theta}{8\pi}\left[1 - \frac{\varphi_0}{\Delta\theta}\right],$$

где I_0 — активность источника позитронов, r — эффективность сцинтилляционных детекторов, φ_0 — угол отклонения поворотного детектора установки, соответствующий основанию параболической части спектра. Тогда, например, для установки, имеющей базу плеча 3 м и высоту детектора 0,063 м (т. е. угловую высоту детектора $\Delta\theta = 21 \cdot 10^{-3}$ рад) при повороте подвижного детектора на $\varphi_0 = 7 \cdot 10^{-3}$ рад конечная высота детектора приводит к уменьшению интегральной скорости счета на $\frac{3}{8} \cdot \frac{\varphi_0}{\Delta\theta} = \frac{3}{8} \cdot \frac{7}{21} = 0{,}125$ т. е. на 12,5%; на «хвостах» интегральная скорость еще меньше, что после нормировки приводит к усилению центральной части кривой, т. е. к ее сужению.