ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 20 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4
2013

В. А. Едемский (Великий Новгород, НовГУ). **О синтезе троичных последовательностей с периодом $4p$ на основе циклотомических классов.**

Рассматривается задача синтеза троичных последовательностей с хорошими автокорреляционными свойствами и периодом $4p$, где p — нечетное простое число.

Пусть $X_k = \{x_{k,j}\}$ $(k = 0,1,2,3,\ j = 0,1,\ldots,N-1)$ — последовательности с периодом N и $Y = I(X_0, X_1, X_2, X_3)$ — чередующаяся последовательность. Тогда $y_i = x_{i \bmod 4,[i/4]}$, $i = 0,1,\ldots,4N-1$, где $i \bmod 4$ — наименьший положительный вычет i по модулю 4, а $[a]$ — целая часть рационального числа a. Обозначим $r_{k,j}(m) = \sum_{i=0}^{N-1} x_{k,i}x_{j,i+m}$ периодическую взаимно корреляционную функцию последовательностей $X_k,\ X_j$, $k,j = 0,1,2,3$. Тогда для периодической автокорреляционной функции (ПАКФ) $\lambda_Y(m)$ последовательности Y справедливо соотношение

$$\lambda_Y(m) = \sum_{i=0}^{3} r_{k,(k+m) \bmod 4}([m/4] + \delta), \tag{1}$$

где $\delta = 0$, если $k + m\,(\mathrm{mod} 4) < 4$, и $\delta = 1$ при $k + m\,(\mathrm{mod} 4) \geqslant 4$.

В [1] показано, что если бинарные последовательности X_0 и X_1 обладают оптимальной ПАКФ для $N \equiv 3\,(\mathrm{mod}\ 4)$, то и чередующаяся последовательность $Y = I(X_0, X_1, L^{1/2}X_0, L^{1/2}X_1 + 1)$, где L — оператор циклического сдвига последовательности на единицу влево, также имеет оптимальную ПАКФ. В то же время, для приложений представляют интерес и троичные последовательности с хорошими автокорреляционными свойствами.

Обозначим $\lambda_k(m)$, $k = 0,1,2,3$, ПАКФ последовательностей X_k. Тогда из (1) получаем следующее утверждение.

Теорема 1. *Если последовательность* $Y = I(X_0, X_1, L^{1/2}X_0, -L^{1/2}X_1)$, *то* $\max_{m\neq 0} |\lambda_Y(m)| = 2\max_{f\neq 0} |\lambda_0(f) \pm \lambda_1(f)|$.

Следствие 1. *Если ПАКФ последовательностей X_0 и X_1 являются идеальными (квазиидеальными), то последовательность Y также имеет идеальную (квазиидеальную) ПАКФ.*

Таким образом, теорема 1 позволяет синтезировать семейства последовательностей с хорошими автокорреляционными свойствами. В [2] были определены регулярные правила кодирования троичных последовательностей, сформированных на основе циклотомических классов, с квазиидеальной ПАКФ.

Пусть $p = 4R + 1$ — нечетное простое число, θ — примитивный корень по модулю p и $H_k = \{\theta^{k+4t} \bmod p,\ t = 0,1,\ldots,R-1\}$ $(k = 0,1,2,3)$ — циклотомические классы четвертого порядка. Рассмотрим троичные последовательности X_0 и X_1, сформированные по следующим правилам:

$$x_{0,i} = \begin{cases} 1, & \text{если } i \bmod p \in H_0, \\ -1, & \text{если } i \bmod p \in H_2, \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases} \qquad x_{1,i} = \begin{cases} 1, & \text{если } i \bmod p \in H_1, \\ -1, & \text{если } i \bmod p \in H_3, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \tag{2}$$

ПАКФ последовательностей X_0 и X_1 рассчитаны в [2].

Теорема 2. *Если последовательности* X_0 *и* X_1 *сформированы по правилу* (2) *и* $p = x^2 + 4y^2$, $x \equiv 1 \,(\mathrm{mod} 4)$, *то* $\max_{m \neq 0} |\lambda_Y(m)| = 2 \max |x|$.

Следствие 2. *Если* $p = 1 + 4y^2$, *то* $\max_{m \neq 0} |\lambda_Y(m)| = 2$.

Линейную сложность и минимальный многочлен последовательности Y, удовлетворяющей условиям теоремы 1, вычисляем методом, предложенным в [2].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Tang X. H.*, *Ding C.* New classes of balanced quaternary and almost balanced binary sequences with optimal autocorrelation value. — IEEE Trans. Inf. Theory, 2010, v. 56, № 12, p. 6398–6405.
2. *Едемский В. А.*, *Гантмахер В. Е.* Синтез двоичных и троичных последовательностей с заданными ограничениями на их характеристики. Великий Новгород: НовГУ, 2009, 189 с.