ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 20 **МАТЕМАТИКИ** **Выпуск 4**
2013

Т. А. Ласковая, К. К. Рыбников, О. К. Чернобровина (Москва, МГТУ, Мытищи, МГУЛ). **Решение задачи настройки формального нейрона на базе использования моделей линейного программирования.**

Базовым элементом нейросистем является так называемый *формальный нейрон*, функциональная структура которого определяется псевдобулевой функцией $w = f(v)$, где $v = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i$, $a_0, a_1, \ldots, a_n$ — постоянные действительные числа-параметры формального нейрона, $w = 1$, если $v \leqslant 0$, в противном случае $w = 0$. Действительные переменные $x_1, x_2, \ldots, x_n$ представляют собой входной вектор формального нейрона.

Задача настройки формального нейрона для решения задачи распознавания двух векторных массивов X и Y, где $X = \{(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \ldots, x_n^{(i)})\}$, $i = 1, 2, \ldots, t$, и $Y = \{(y_1^{(j)}, y_2^{(j)}, \ldots, y_n^{(j)})\}$, $j = 1, 2, \ldots, s$, заключается в определении параметров формального нейрона $a_0, a_1, \ldots, a_n$, при которых выполнялись бы условия [1]: $f(x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, \ldots, x_n^{(i)}) = 1$, $i = 1, 2, \ldots, t$, $f(y_1^{(j)}, y_2^{(j)}, \ldots, y_n^{(j)}) = 0$, $j = 1, 2, \ldots, s$. (Разумеется, X и Y могут быть также адресными частями более объемных массивов.)

В том случае, если полиэдр системы линейных неравенств

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i^{(k)} + a_0 \leqslant 0, \quad k = 1, 2, \ldots, t, \quad -\sum_{i=1}^n a_i y_i^{(j)} - a_0 \leqslant -\varepsilon, \quad j = 1, 2, \ldots, s,$$

где ε — достаточно малое положительное число, не является пустым множеством, любая точка полиэдра (1) является решением задачи настройки формального нейрона. В том случае, когда полиэдр ограничен и добавляется условие неотрицательности $a_0, a_1, \ldots, a_n$, задача настройки формального нейрона может рассматриваться как задача линейного программирования при произвольном выборе целевой функции $F(a_1, a_2, \ldots, a_n, a_0) = c_0 a_0 + c_1 a_1 + \cdots + a_n c_n$:

$$F(a) \to \min(\max), \quad a \in M(C, d),$$

где $a \geqslant 0$ (т. е. $a_i \geqslant 0$, $i = 0, 1, \ldots, n$), $M(C, d) = \{a\colon \ Ca \leqslant d, \ a \geqslant 0\}$,

$$C = \begin{pmatrix} x_1^{(1)} & x_2^{(1)} & \ldots & x_n^{(1)} & 1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ x_1^{(t)} & x_2^{(t)} & \ldots & x_n^{(t)} & 1 \\ -y_1^{(1)} & -y_2^{(1)} & \ldots & -y_n^{(1)} & -1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ -y_1^{(s)} & -y_2^{(s)} & \ldots & -y_n^{(s)} & -1 \end{pmatrix}, \quad d = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ -\varepsilon \\ \vdots \\ -\varepsilon \end{pmatrix}, \quad a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \\ a_0 \end{pmatrix}.$$

Непосредственно из известной леммы Фаркаша (см., например, [2]) следуют утверждения: 1) совместность системы линейных неравенств (т. е. непустота полиэдра $Ca \leqslant d$) эквивалентна тому, что $zd \geqslant 0$ для любого вектора-строки $z \geqslant 0$ со свойством $zC = 0$; 2) условие $M(C,d) \neq \varnothing$ эквивалентно тому, что $zd \geqslant 0$ для любого вектора-строки $z \geqslant 0$ со свойством $zC \geqslant 0$.

Замечание. В том случае, если система (1) несовместна, решение задачи настройки формального нейрона для распознавания массивов X и Y невозможно.

В работе [3] предлагается приближенный метод распознавания массивов с помощью построения формального нейрона, который идентифицирует принадлежность векторов к массивам с возможными ошибками. Этот метод основан на определении чебышевской точки несовместной системы линейных неравенств (1). Он также сводится к решению задачи линейного программирования [4].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Никонов В. Г.*, *Рыбников К. К.* Применение полиэдральных методов в прикладных математических задачах, сводящихся к анализу и решению систем линейных неравенств. — Вестник МГУлеса. Лесной вестник, 2003, №1, с. 69–73.
2. *Схрейвер А.* Теория линейного и целочисленного программирования. М.: Мир, 1991, 360 с.
3. *Рыбников К. К.* Приближенные методы настройки формального нейрона для решения задачи распознавания двух векторных массивов. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2009, т. 16, в. 2, с. 380–382.
4. *Зуховицкий С. И.*, *Авдеева Л. И.* Линейное и выпуклое программирование. М.: Наука, 1967, 460 с.