

на-Дону, РГСУ; Москва, МУ им. С. Ю. Витте). **Использование двух классов случайных хааровских интерполяций для совершенного хеджирования на рынке с бесконечным числом агрессивных скупщиков акций.**

Рассмотрим одношаговый неполный дисконтированный финансовый (B,S)-рынок с бесконечным числом состояний, заданный на стохастическом базисе $\Omega, \mathbf{F}$. Будем предполагать, что акции определенного типа подвергаются агрессивной скупке, то есть после скупки долгое время находятся на руках у скупщиков (агрессивные скупщики). В [1] была описана процедура хеджирования платежных обязательств на таких рынках, использующая хаоровскую интерполяцию неполного безарбитражного рынка полным рынком. При этом предполагалось, что порядок доступа бесконечного числа скупщиков акций на этот рынок жестко детерминирован. Результаты настоящих тезисов обобщают упомянутые результаты из [1] в случае, когда порядок попадания скупщиков акций на финансовый рынок случаен. Целью настоящего доклада описание двух возможных вариантов выхода скупщиков на рынок в промежутке между объявлением цены на акции.

1. Пусть на финансовом рынке действует бесконечное число скупщиков акций, порядок доступа на финансовый рынок которых реализуем в виде вектора $\delta = (\delta^{(1)}, \delta^{(2)}, \delta^{(3)})$, координаты которого — зависимые случайные величины (в случае рынка с конечным числом состояний такая идеология была реализована в [2]). Разделим отрезок на непересекающиеся отрезки. Длины этих отрезков будем обозначать через $d_1, d_2, d_3, \dots$, при этом $\sum_{i=1}^{\infty} d_i = 1$. Длина отрезка d_i равна вероятности того, что i -ый скупщик после объявления цен на акции будет иметь возможность произвести скупку акций на рынке первым. Произведем серию из бесконечного числа испытаний, каждое из которых заключается в бросании точки на отрезок $[0, 1]$. Пусть для $k_1 \in \{1, 2, 3, \dots\}$ гипотеза $H_{k_1} = \{\delta^{(1)} = k_1\}$, что соответствует тому, что первым на рынок попадет скупщик с номером k_1 . Для $k_j \in \{1, 2, 3, \dots\} \setminus \{k_1, k_2, k_3, \dots, k_{j-1}\}$, $j = 2, 3, 4, \dots$, обозначим $H_{k_j} = \{\delta^{(j)} = k_j\}$ и $H_{k_1, k_2, k_3, \dots, k_j} = H_{k_1} H_{k_2} \cdots H_{k_j}$. Вероятность того, что первая координата вектора δ принимает значение $k_1 \in \{1, 2, 3, \dots\}$ в первом испытании равна $P(H_{k_1}) = d_{k_1}$. После того как точка попала на отрезок d_{k_1} , этот отрезок удаляется из $[0, 1]$, а длины оставшихся отрезков пропорционально увеличиваются так, чтобы выполнялось условие нормировки. Это означает, что выполняется равенство: $P(H_{k_2} | H_{k_1}) = \frac{d_{k_2}}{1-d_{k_1}}$, $k_2 \neq k_1$. Совместное распределение для координат вектора имеет вид:

$$P(H_{k_1, k_2, \dots, k_{n-1}}) = \frac{d_{k_1} d_{k_2} \cdots d_{k_{n-1}}}{(1 - d_{k_1})(1 - d_{k_1} - d_{k_2}) \cdots (1 - \sum_{i=1}^{n-2} d_{k_i})} \quad (1)$$

2. Другой вариант заключается в следующем. Пусть в первоначальный момент времени скупщикам были присвоены номера $\delta^{(i)}$, $i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$. Таким образом, событие $H_k^i = \{\delta^{(i)} = k\}$ означает, что i -й скупщик попал на рынок k -м.

Обозначим $r_k^i = P(H_k^i)$. Ясно, что $\sum_{k=1}^{\infty} r_k^i = 1$. Пусть событие $H_{k_1}^1$ совершилось. Будем моделировать условную вероятность события $H_{k_2}^2$ при $k_2 \neq k_1$ формулой $P(H_{k_2}^2 | H_{k_1}^1) = \frac{r_{k_2}^2}{1-r_{k_1}^1}$, которая означает, что шансы скупщика № 2 попасть на рынок под каким-либо номером, неравным k_2 , прямо пропорциональны исходным вероятностям попасть на рынок под этим номером. По индукции для события $H_{k_1, k_2, k_3, \dots, k_n}^{1, 2, \dots, n} = H_{k_1}^1 H_{k_2}^2 \dots H_{k_n}^n$ получаем:

$$P\left(H_{k_1, k_2, \dots, k_n}^{1, 2, \dots, n}\right) = \frac{r_{k_1}^1 r_{k_2}^2 \dots r_{k_n}^n}{(1-r_{k_1}^1)(1-r_{k_1}^1-r_{k_2}^2) \dots (1-r_{k_1}^1-r_{k_2}^2-\dots-r_{k_{n-1}}^{n-1})} \quad (2)$$

Заметим, что, не смотря на разные подходы, полученные совместные распределение для координат вектора δ в обоих вариантах (формулы (1) и (2)) одинаковы.

Данная работа выполнена при поддержке РФФИ, проект 13-01-00637а.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Цветкова И. В., Шамраева В. В. Расчет компонентов хеджирующего портфеля с помощью процедуры хааровской интерполяции. — Электронное научное издание «Науковедение: Интернет-журнал», 2013, № 3(16).
2. Можеев Г. А. Случайные интерполяции финансовых рынков с тремя агрессивными скупщиками акций. — Изв. ВУЗов, Сев.-Кавк. рег. Естеств. науки. 2006, Приложение № 12(48), с. 4–17.