ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 20 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4
2013

Н. М. Меженная (Москва, МГТУ им. Н. Э. Баумана)**. Предельные теоремы для числа плотных F-рекуррентных серий в последовательности независимых случайных величин.**

Пусть $X_1, X_2, \ldots, X_T, \ldots$ — последовательность независимых случайных величин, равновероятно распределенных на алфавите $A_N = \{0, 1, \ldots, N-1\}$. Пусть $f : A_N^l \to A_N$. Согласно работе [1], знаки $X_i, \ldots, X_{i+l+s-1}$ образуют f*-рекуррентную цепочку* длины s $(s \geqslant l+1)$, если

$$X_{i+l+k} = f(X_{i+k}, \ldots, X_{i+l+k-1}), \quad k = 0, 1, 2, \ldots, s-1.$$

Если последнее соотношение для каждого k выполняется хотя бы для одной функции из набора $F = \{f_1, \ldots, f_K\}$, то говорят, что знаки $X_i, \ldots, X_{i+l+s-1}$ образуют F*-рекуррентную цепочку* длины s.

Свойства f- и F-рекуррентных цепочек были рассмотрены в работах [1] и [2].

В настоящей работе исследуем свойства плотных F-рекуррентных цепочек и серий (см. [3],[4]). Будем говорить, что знаки $X_i, \ldots, X_{i+s+l-1}$ образуют *плотную* F*-рекуррентную цепочку* длины s, если при всех $k = 0, 1, \ldots, s-2$ найдутся такие функции $f_k, g_k \in F$, что имеет место хотя бы одно из равенств

$$X_{i+l+k} = f_k(X_{i+k}, \ldots, X_{i+l+k-1}) \text{ или } X_{i+l+k+1} = g_k(X_{i+k+1}, \ldots, X_{i+l+k}).$$

Будем говорить, что знаки $X_{i-2}, \ldots, X_{i+s+l+1}$ образуют *плотную* F*-рекуррентную серию* длины s, если знаки $X_{i-1}, \ldots, X_{i+s+l}$ образуют плотную F-рекуррентную цепочку наибольшей длины, лежащую внутри отрезка $X_{i-2}, \ldots, X_{i+s+l+1}$. Началом серии будем называть знак X_{i+l}, концом — знак $X_{i+l+s-1}$.

Пусть события $B_{t,s}$ и $\widetilde{B}_{t,s}$ означают, что в момент t в последовательности $X_1, X_2, \ldots, X_T, \ldots$ началась F-рекуррентная серия длины s и длины не меньше s соответственно. Используя результат работы [3], получаем формулы

$$p_s = \mathbf{P}\{B_{t,s}\} = c(q^s - q_1^s),$$

$$c = \frac{p(1-p)^4}{\sqrt{p(4-3p)}}, \; q = \frac{1}{2}\left(p + \sqrt{p(4-3p)}\right), \; q_1 = \frac{1}{2}\left(p - \sqrt{p(4-3p)}\right),$$

$p = \mathbf{P}\{X_{l+1} = f(X_1, \ldots, X_l), f \in F\}$. При $p \in (0,1)$ $p < q < 1, q_1 < 0$.

Пусть $\xi_{s,T} = \sum_{i=1}^T I\{B_{t,s}\}$ и $\tilde{\xi}_{s,T} = \sum_{t=1}^T I\{\widetilde{B}_{t,s}\}$ — числа F-рекуррентных серий длины s и длины не меньше s соответственно, $\lambda_s = \mathbf{E}\,\xi_{s,T} = Tp_s$.

Обозначим $\eta_{s,T}$ число плотных F-рекуррентных цепочек длины s, которые начались до момента T.

Теорема. *Пусть* $1 \leqslant l < s_0, r \geqslant 1, N \geqslant 2$, *и* $T, s_0 \to \infty$ *так, что* $\lambda_{s_0} \to \lambda \in (0, \infty)$. *Тогда*

1) *при любом* $r \geqslant 1$ *случайные величины* $\xi_{s_0,T}, \ldots, \xi_{s_0+r-1,T}, \widetilde{\xi}_{s_0+r,T}$ *асимптотически независимы в совокупности и распределены в пределе по закону Пуассона с параметрами* $\lambda, q\lambda, \ldots, q^{r-1}\lambda, \frac{q^r}{1-q}\lambda$.

2) *распределение случайной величины* $\eta_{s_0,T}$ *совпадает в пределе с распределением выражения* $\sum_{j=0}^{\infty}(j+1)\pi_j$, *где* $\pi_0, \pi_1 \ldots, \pi_m, \ldots$ *— независимые случайные величины, распределенные по закону Пуассона с параметрами* $q^{-2}\lambda, q^{-1}\lambda, \ldots, q^{m-2}\lambda, \ldots$.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 11-01-00139а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Михайлов В. Г.* О предельной теореме Б. А. Севастьянова для сумм зависимых случайных индикаторов. — Обозрение прикл. и промышл. матем., 2003, т. 10, в. 3, с. 571–578.
2. *Михайлов В. Г.* Об асимптотических свойствах числа серий событий. — В кн.: Труды по дискретной математике. Т. 9. М.: Физматлит, 2006, с. 152–163.
3. *Меженная Н. М.* Предельные теоремы для числа плотных серий в случайной последовательности. — Дискретн. матем., 2009, т. 21, в. 1, с. 105–116.
4. *Меженная Н. М.* Предельная теорема Пуассона для числа плотных серий заданной длины и веса. — Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана, сер. естественные науки. Специальный выпуск, 2011, с. 75–82.