ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 20 МАТЕМАТИКИ Выпуск 4
2013

К. В. П а х о м о в (Ульяновск, УлГУ). **Исследование управляемого движения колесного мобильного робота на основе кинематической модели с запаздыванием.**

В работе рассматривается кинематическая модель колесного мобильного робота с двумя степенями свободы, которая описывается следующими дифференциальными уравнениями с запаздыванием:

$$\dot{x} = \nu(t-\tau(t))\cos\theta, \quad \dot{y} = \nu(t-\tau(t))\sin\theta, \quad \dot{\theta} = \omega(t-\tau(t)), \tag{1}$$

где ν — линейная скорость и ω — угловая скорость мобильного робота; (x, y) — декартовы координаты центра масс транспортного средства, и θ — угол между главным направлением робота и осью Ox, $\tau(t)$ — запаздывание в системе, которое является неизвестной функцией времени, ограниченной в заданных пределах $0 \leqslant \tau(t) \leqslant \tau_{\max}$.

Решена задача отслеживания заданной нестационарной траектории $p_r(t) = (x_r, y_r, z_r)^T$ на основе построения законов управления $\nu(t)$ и $\omega(t)$.

Введем отклонения от заданной траектории по формуле

$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \theta_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r - x \\ y_r - y \\ \theta_r - \theta \end{bmatrix}, \tag{2}$$

где x_r, y_r, θ_r — функции, определяющие заданную траекторию движения робота.

Тогда дифференциальные уравнения в отклонениях с запаздыванием примут вид

$$\begin{cases} \dot{x}_e = \omega(t-\tau(t))y_e - \nu(t-\tau(t)) + \nu_r\cos\theta_e\,, \\ \dot{y}_e = -\omega(t-\tau(t))x_e + \nu_e\sin\theta_e\,, \\ \dot{\theta}_e = \omega_r - \omega(t-\tau(t))\,. \end{cases} \tag{3}$$

Найден следующий закон управления

$$\begin{cases} \omega(t-\tau(t)) = \omega_r + k_1\theta_e(t-\tau(t)), \quad k_1 = \text{const } > 0\,, \\ \nu(t-\tau(t)) = \nu_r + k_2 x_e(t-\tau(t)), \quad k_2 = \text{const } > 0\,, \end{cases} \tag{4}$$

Для последнего уравнения системы (3), описывающей кинематическую модель с запаздыванием, получим $\dot{\theta}_e = -k_1\theta_e(t-\tau(t))$.

Доказано, что при условии $k_1\tau_{\max} < 1$ получим асимптотическую устойчивость нулевого решения последнего уравнения (3).

С помощью метода знакопостоянной функции Ляпунова $V_1 = \max\{|y_e|, |z_e|\}$ показано, что построенный закон управления обеспечивает асимптотическую устойчивость нулевого решения $x_e = y_e = \theta_e = 0$ системы (3), из условий:

$$\begin{cases} \alpha + \frac{\omega_r}{\alpha} \leqslant k_2\,, \\ -\frac{\omega_r}{\alpha} + \tau k_2\left(4\alpha + \frac{\omega_r}{\alpha} + 2k_2\right) \leqslant 0\,. \end{cases}$$

Полученные результаты дополняют результаты работ [1], [2] по исследованию задачи стабилизации движения колесных систем.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта аспирантов и молодых ученых УлГУ 2013 и проекта РФФИ № 12-01-33082.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Panteley E.*, *Lefeber E.*, *Loria A.*, *Nijmeijer H.* Exponential tracking control of a mobile car using a cascaded approach. — IFAC international workshop on motion control № 3, Grenoble, France, 1998, p. 221–226.
2. *Перегудова О. А.* Метод сравнения в задачах устойчивости и управления движениями механических систем. Ульяновск: УлГУ, 2009, 253 с.