О Б О З Р Е Н И Е
П Р И К Л А Д Н О Й И П Р О М Ы Ш Л Е Н Н О Й
Т о м 21 М А Т Е М А Т И К И В ы п у с к 4
2014

Е. В. Б ы ч к о в (Челябинск, ЮУрГУ)**. Задача Шоуолтера–Сидорова для полулинейного уравнения соболевского типа высокого порядка.**

Пусть $\mathfrak{U}, \mathfrak{F}$ — банаховы пространства. Рассмотрим задачу Шоуолтера–Сидорова

$$P(u^{(k)}(0) - u_k) = 0, \quad k = 0, 1, 2, \ldots, n-1 \tag{1}$$

для неполного полулинейного уравнения соболевского типа

$$Lu^{(n)} = Mu + N(u), \tag{2}$$

где операторы $L, M \in \mathcal{L}(\mathfrak{U}, \mathfrak{F})$, а оператор N класса C^∞ , P — проектор вдоль ядра оператора L . К данному классу уравнений сводятся многие неклассические модели математической физики, например, модель продольных колебаний в тонком упругом стержне, модель распространения волн в теории мелкой воды, модель колебаний в молекулах ДНК, модель фазовых переходов в рамках мезоскопической теории и др. [3]. В данном докладе будут представлены результаты исследования абстрактной задачи.

В данном исследовании применяется теория относительно p-ограниченных операторов и метод фазового пространства, разработанный Г. А. Свиридюком и Т. Г. Сукачевой [1]. В работе [2] доказана

Лемма. *Пусть оператор M (L, σ)-ограничен. Тогда операторы*

$$P = \frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma R_\lambda^L(M)d\lambda \ \text{и}\ Q = \frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma L_\lambda^L(M)d\lambda$$

являются проекторами в пространствах $\mathfrak{U}$ и $\mathfrak{F}$, соответственно.

В силу леммы уравнение (2) можно редуцировать к эквивалентной ему системе

$$\begin{cases} 0 = (\mathbf{I} - Q)(Mu + N(u)), \\ u^{(n)} = L^{-1}QMu + QN(u). \end{cases}$$

О п р е д е л е н и е. Множество $\mathfrak{P}$ назовем *фазовым пространством* уравнения (2), если

(i) для любых $(u_0, u_1, \ldots, u_{n-1}) \in T^{n-1}\mathfrak{P}$ существует единственное решение задачи (1), (2);

(ii) любое решение $u = u(t)$ уравнения (2) лежит в $\mathfrak{P}$ как траектория, т. е. $u(t) \in \mathfrak{P}$ при $t \in (-\tau, \tau)$.

Можно доказать, что множество $\mathfrak{M} = \{u \in \mathfrak{U} : (\mathbf{I} - Q)(Mu + N(u)) = 0\}$ является фазовым пространством уравнения (2).

Как показывает практика в приложениях наиболее часто встречается случай, когда оператор M $(L, 0)$-ограничен. Сформулируем теорему о существовании решения задачи (1), (2) для этого случая. Введем дополнительное условие

$$(\mathbf{I} - Q)(M + N'_{u_0}) : \mathfrak{U}^0 \to \mathfrak{F}^0 \text{ — топлинейный изоморфизм,} \tag{3}$$

где $\mathfrak{U}^0$, $\mathfrak{F}^0$ ядра проекторов P, Q, соответственно.

Теорема *Пусть оператор* M $(L,0)$*-ограничен, выполнено условие* (3). *Тогда для любых начальных значений* u_0, u_1 *существует единственное локальное решение задачи* (1), (2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Свиридюк Г. А.*, *Сукачева Т. Г.* Фазовые пространства одного класса операторных полулинейных уравнений типа Соболева. — Дифф. уравнения, 1990, т. 26, №2, с. 250–258.
2. *Свиридюк Г. А.*, *Замышляева А. А.* Фазовые пространства одного класса линейных уравнений соболевского типа высокого порядка. — Дифф. уравнения, 2006, т. 42, №2, с. 252–260.
3. *Свешников А. Г.*, *Альшин А. Б.*, *Корпусов М. О.*, *Плетнер Ю. Д.* Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа. М.: Физматлит, 2007, 736 с.