ОБОЗРЕНИЕ
ПРИКЛАДНОЙ И ПРОМЫШЛЕННОЙ
Том 21 МАТЕМАТИКИ Выпуск 1
2014

О. А. Перегудова, К. В. Пахомов (Ульяновск, УлГУ). **Дискретное управление в задаче динамического позиционирования корабля.**

В работе представлены результаты решения задачи синтеза управления, осуществляющего динамическое позиционирование корабля в точке. На основе рекуррентной процедуры метода бэкстеппинга [1, 2] найден кусочно-постоянный закон управления, обеспечивающий решение задачи.

Введем декартову систему координат, ориентированную по меридиану. Ось OE указывает направление на восток, а ось ON — на север. Координата ψ определяет курс корабля (угол между плоскостью меридиана и диаметральной плоскостью судна). Пусть μ и v — проекции скорости центра масс судна на продольное и поперечное направления соответственно, и пусть r — угловая скорость судна, т. е. $r = \dot{\psi}$.

Введя обозначения $\eta_c = [n\ e\ \psi]^T$, $\nu_c = [\mu\ v\ r]^T$, можно записать уравнения движения корабля в виде:

$$\dot{\nu}_c = R(\psi(t))\nu_c(t), \quad \dot{\nu}_c = A\nu_c(t) + Bu_c(t), \tag{1}$$

где $A = -M^{-1}D$, $B = M^{-1}$ и $R(\psi) = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0 \\ \sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

M — матрица инерции, D — матрица торможения, $u_c = [u_1\ u_2\ u_3]^T$ — вектор управления.

Если положить, что $u_c(t) = u(k)$, $t \in [kT, (k+1)T)$, то дискретная модель системы (1) на основе аппроксимации Эйлера примет вид

$$\begin{aligned} \eta(k+1) &= \eta(k) + TR(\psi(k))\nu(k), \\ \nu(k+1) &= A_d\nu(k) + B_d u(k). \end{aligned} \tag{2}$$

Используя входное преобразование $u = B^{-1}(u_\alpha - A\nu)$, приближенную модель Эйлера (2) можно переписать в виде

$$\eta(k+1) = \eta(k) + TR(\psi(k))\nu(k), \tag{3}$$

$$\nu(k+1) = \nu(k) + Tu_\alpha(k). \tag{4}$$

Определим $L = \operatorname{diag}\{l_1, l_2, l_3\}$, где постоянные l_i выбраны так, что $1 < l_i < 2/T$ для $i = 1, 2, 3$. Очевидно, что управление $\nu(k) = \varphi_T(\eta(k)) = -R^T(\psi(k))L\eta(k)$ обеспечивает асимптотическую стабилизацию подсистемы (3). Управление для системы (3) и (4) возьмем в виде

$$u_{\alpha T}(x(k)) = -a\left[\nu(k) - \varphi_T(\eta(k))\right] + \frac{\Delta\varphi_T(x(k))}{T}, \tag{5}$$

где постоянная a удовлетворяет неравенству $1 < a < 2/T$, $\Delta\varphi_T(x) = \varphi_T(\eta + TR(\psi)\nu) - \varphi_T(\eta)$, $\varphi_T(\eta(k) + TR(\psi(k))\nu(k)) = -R^T(\psi(k+1))L\eta(k+1)$.

Введем новую функцию $z[k] = \nu(k) - \varphi_T(\eta(k))$, тогда для нового вектора состояния (η, z) система (3), (4) при управлении (5) примет следующий вид

$$\begin{aligned} \eta(k+1) &= (I - TL)\eta(k) + TR(\psi(k))z(k), \\ z(k+1) &= (1 - aT)z(k). \end{aligned} \tag{6}$$

Подберем число $\alpha > 0$ из условия

$$|1 - Tl_i| + 2T\alpha < 1 \; \forall i = 1, 2, 3. \tag{7}$$

Возьмем для системы (6) функцию Ляпунова в виде $V(\eta, z) = \max\{|\eta|, |z|/\alpha\}$, $V(k) = V(\eta(k), z(k))$, отсюда получим

$$V(k+1) \leqslant \max\{|1 - Tl_i| + 2T\alpha, |1 - \alpha T|\} V(k).$$

Учитывая (7), получим, что $V(k+1) < V(k)$ для любого $k \geqslant 0$. Таким образом, нулевое решение $\eta = 0$, $z = 0$ системы (6) глобально асимптотически устойчиво. Учитывая, что $\varphi_T(0) = 0$, получим глобальную асимптотическую устойчивость нулевого решения $\eta = 0$, $\nu = 0$ системы (3), (4). Полученные результаты развивают и дополняют результаты работ [3–9].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (12-01-33082) и Минобрнауки РФ в рамках базовой части (код проекта 2097).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kokotovic P. V.* The joy of feedback: Nonlinear and adaptive. — IEEE Xplore Control Syst. Mag., 1992, v. 12, is. 3, p. 7–17.
2. *Халил Х. К.* Нелинейные системы. М.-Ижевск: РХД, 2009, 832 с.
3. *Fossen T. I.* Marine Control Systems. Trondheim, Norway: Marine Cybernetics, 2002.
4. *Pettersen K. Y.*, *Nijmeijer H.* Output feedback tracking control for ships. — In: New Directions in Nonlinear Observer Design. Ed. by H. Nijmeijer, T. I. Fossen. N. Y. etc.: Springer, 1999, p. 311–331.
5. *Pettersen K. Y.*, *Fossen T. I.* Underactuated dynamic positioning of a ship: Experimental results. — IEEE Trans. Control Syst. Technol., 2000, v. 8, is. 5, p. 856–863.
6. *Laila D. S.*, *Nesic D.*, *Astolfi A.* Sampled-data control of nonlinear systems. — In: Advanced Topics in Control Systems Theory: Lecture Notes From FAP 2005. Ed. by A. Loria, F. L. Lagarrigue, E. Panteley. N. Y. etc.: Springer, 2005, v. 328, p. 91–137. (Ser. Lect. Notes Control Inform. Sci., v. 328.)
7. *Nesic D.*, *Teel A. R.* Stabilization of sampled-data nonlinear systems via backstepping on their Euler approximate model. — Automatica, 2006, v. 42, № 10, p. 1801–1808.
8. *Nesic D.*, *Teel A. R.*, *Kokotovic P. V.* Sufficient conditions for stabilization of sampled-data nonlinear systems via discrete-time approximation. — Syst. Control Lett., 1999, v. 38, № 4-5, p. 259–270.
9. *Katayama H.* Nonlinear sampled-data stabilization of dynamically positioned ships. — IEEE Trans. Control Syst. Technol., March 2010, v. 18, № 2, p. 463–468.